

## **BAB II**

### **LANDASAN TEORI**

#### **A. Kemampuan Komunikasi Matematis**

##### **1. Definisi Kemampuan Komunikasi Matematis**

Dalam pembelajaran matematika terdapat beberapa kemampuan matematis yang harus dimiliki siswa. Salah satu kemampuan tersebut adalah kemampuan komunikasi. Kemampuan komunikasi merupakan kemampuan dasar yang harus dikuasai peserta didik dalam bermatematika. Hal ini didukung oleh Permendiknas No. 22 Tahun 2006 yang membahas tentang tujuan pembelajaran matematika yaitu agar siswa dapat mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel diagram, atau media lain (Ahmad, 2019). Hodyanto (dalam Hutami, 2019) menyatakan bahwa kemampuan komunikasi terdiri atas komunikasi lisan maupun tulisan. Kemampuan komunikasi juga disampaikan oleh Yani Ramdani (dalam Yulianto, 2017) bahwa kemampuan untuk berkomunikasi meliputi penggunaan keahlian menulis, menyimak, menelaah, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide, simbol, istilah, serta informasi matematika yang diamati melalui proses mendengarkan, mempresentasikan dan diskusi. Sedangkan ahli lain yaitu Mahmudi berpendapat bahwa kemampuan komunikasi matematis diterapkan dalam pembelajaran matematika agar siswa mampu melakukan komunikasi matematika dan mempermudah siswa dalam mempelajari matematika (Safira, 2019).

Los Angeles County Office of Education (LACOE) menyatakan bahwa cakupan dari kemampuan komunikasi matematika meliputi komunikasi secara lisan maupun tulisan. Penyampaian ide-ide matematika yang dilakukan secara verbal disebut dengan komunikasi matematika secara lisan. Sedangkan penyampaian yang dapat dilakukan melalui kata-kata (tertulis), gambar, tabel, dan sebagainya yang menggambarkan ide-ide matematika disebut dengan komunikasi matematika secara tertulis (Widyaningsih, 2019). Ahli lain yaitu Kennedy (dalam Ritongga, 2018) menyatakan bahwa kemampuan komunikasi matematis meliputi a) penggunaan bahasa matematika yang disajikan dalam bentuk lisan, tulisan ataupun visual,, b) penggunaan representasi matematika yang disajikan dalam bentuk tulisan atau visual, c) penginterpretasian ide-ide matematika, menggunakan istilah atau notasi matematika dalam mempresentasikan ide-ide matematika, serta menggambarkan hubungan-hubungan atau model matematika. Kemampuan komunikasi matematis mempunyai peranan penting dalam pembelajaran matematika karena 1) alat untuk mengeksplorasi ide matematika dan membantu kemampuan peserta didik dalam melihat berbagai keterkaitan materi matematika, 2) alat untuk mengukur pertumbuhan pemahaman dan merefleksikan pemahaman matematika pada peserta didik, 3) alat untuk mengorganisasikan dan mengonsolidasikan pemikiran matematika peserta didik, dan 4) alat untuk mengonstruksikan pengetahuan matematika, pengembangan pemecahan masalah, peningkatan keterampilan sosial (Asikin & Junaedi, 2013).

*Communication is an essential element in teaching and learning of mathematics.* Oleh karena itu, kemampuan komunikasi matematik perlu dikembangkan dalam pengajaran maupun pembelajaran matematika di sekolah. Kemampuan siswa dalam mengkomunikasikan masalah matematika ditunjang oleh pemahaman yang dimiliki khususnya bahasa. Guru seharusnya dapat mengkaitkan antara matematika dan Bahasa. Kaitan antara kedua hal tersebut membantu siswa untuk dalam mengekspresikan suatu masalah matematika ke dalam bahasa simbol atau model matematika. Komunikasi seperti ini disebut komunikasi tulisan. (Yunita, 2020).

Susan (dalam Umar, 2012) berpendapat bahwa komunikasi memiliki peran yang efektif jika seorang guru dapat mengkondisikan siswa agar mendengarkan secara *afektif-listen actively* sebaik mereka mempercakapkannya. Upaya untuk mengembangkan kemampuan berkomunikasi dalam matematika dengan melalui beberapa kegiatan, yaitu: 1) pemberian tugas yang bersifat *open-ended task*, 2) *cooperative learning*, 3) penggunaan metode proyek, 4) pengajuan masalah oleh siswa, 5) penerapan strategi pembelajaran *think-talk-write*, 6) penerapan strategi *explain-build-go-beyond*.

Pengukuran kemampuan komunikasi setiap peserta didik dapat dilakukan dengan memberikan skor terhadap kemampuan siswa dalam menjawab soal melalui menggambar (*drawing*), membuat ekspresi matematik (*mathematical expression*), dan menuliskan jawaban dengan bahasa sendiri (*written texts*). Pemberian skor jawaban siswa disusun

berdasarkan tiga kemampuan tersebut, yaitu: 1) Menulis (*written text*), yaitu menjelaskan ide atau solusi dari suatu permasalahan atau gambar dengan menggunakan bahasa sendiri. 2) Menggambar (*drawing*), yaitu menjelaskan ide atau solusi dari permasalahan matematika dalam bentuk gambar. 3) Ekspresi matematika (*mathematical expression*), yaitu menyatakan masalah atau peristiwa sehari-hari dalam bahasa model matematika (Kadir, 2008).

## 2. Faktor yang Mempengaruhi Kemampuan Komunikasi

Faktor yang berhubungan dengan komunikasi matematis adalah sebagai berikut (Ansari, 2018):

### a. Pengetahuan Prasyarat

Pengetahuan prasyarat adalah suatu ilmu pengetahuan yang dimiliki peserta didik pada materi pelajaran sebelumnya. Kemampuan setiap peserta didik berbeda-beda. Jenis kemampuan tersebut akan berpengaruh terhadap hasil belajar yang akan diperoleh selanjutnya.

### b. Kemampuan Membaca, Diskusi, dan Menulis

Membaca, diskusi, dan menulis memiliki hubungan yang berkaitan satu dengan yang lainnya. Sebagian siswa yang rajin membaca tetapi enggan menulis maka akan kehilangan arah, dan sebaliknya. Yang baik adalah jika siswa gemar membaca dan berdiskusi lalu menuliskan hasil diskusinya.

Dahar menyatakan bahwa siswa yang baik ketika diberi tugas membaca mereka akan mengembangkan apa yang telah dibacanya.

Kegiatan ini berarti memikirkan gagasan, contoh, gambaran mental, dan konsep lain yang berhubungan.

### c. Pemahaman Matematik

Pemahaman mempunyai beberapa tingkat kedalaman arti yang berbeda-beda. Pemahaman matematik merupakan tingkat atau level pengetahuan siswa tentang konsep, prinsip, dan algoritma. Misalnya seorang mahasiswa memahami tentang suatu konsep matematika berbeda dengan seorang siswa Sekolah Lanjutan. Istilah pemahaman berbeda menurut siapa yang memahami sesuatu, dan apa yang dipahami.

### 3. Indikator dalam Komunikasi Matematika

NCTM berpendapat bahwa salah satu standar kemampuan komunikasi matematika yaitu menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar. Bahasa matematika itu sendiri berupa notasi, simbol-simbol dan sebagainya. Hal ini didukung oleh pernyataan Fathani, bahwa matematika dapat dipandang sebuah bahasa, karena dalam matematika terdapat sekumpulan lambang atau simbol dan kata (kata dalam bentuk lambang) (Pane, 2018).

Ahli lain yaitu (Sumarmo 2012) menyatakan indikator komunikasi matematis adalah sebagai berikut:

- a. Mendeskripsikan gambar, diagram, atau benda nyata dalam bahasa simbol atau model matematika.
- b. Menjelaskan gagasan, ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tertulis.

- c. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.
- d. Membaca dengan pemahaman suatu representasi matematika tertulis.
- e. Mengungkapkan kembali uraian atau paragraf matematika dalam bahasa sendiri.

Sedangkan indikator kemampuan komunikasi matematis menurut NCTM, dapat dilihat dari:

- a. Kemampuan mengekspresikan ide-ide matematis melalui lisan, tulisan, dan mendemonstrasikannya serta menggambarannya secara visual.
- b. Kemampuan memahami, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide-ide matematis baik secara lisan, tulisan, maupun dalam bentuk visual lainnya.
- c. Kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, notasi-notasi matematika dan struktur-strukturnya untuk menyajikan ide-ide serta menggambarkan hubungan-hubungan dengan model situasi.

Qohar (dalam Ahmad, 2019) menyatakan bahwa indikator kemampuan komunikasi matematis, antara lain:

- a. Mempresentasikan benda nyata, gambar, dan diagram kedalam ide atau simbol matematika.
- b. Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematika secara tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik, dan ekspresi aljabar.
- c. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika.

Pane (dalam Ismayanti, 2021) menyatakan bahwa subjek penelitian dikatakan belum mampu untuk tiap indikator jika mereka tidak dapat menuliskan hal-hal yang sesuai dengan indikator tersebut. Subjek dikatakan kurang mampu jika mereka dapat menuliskan hal-hal yang dapat menyatakan indikator tetapi kurang lengkap atau terdapat kesalahan. Dan subjek penelitian dikatakan mampu untuk tiap indikator jika jika mampu menuliskan dengan lengkap dan benar tentang hal-hal yang sesuai dengan indikator tersebut. Berdasarkan penjelasan diatas, peneliti menggunakan indikator kemampuan komunikasi matematis yang dikemukakan oleh Qohar.

#### 4. Aspek Kemampuan Komunikasi Matematis

NCTM menyatakan bahwa aspek kemampuan komunikasi matematis peserta didik dapat dilihat dari beberapa aspek, antara lain (Ahmad, 2019):

- a. Kemampuan dalam menyampaikan ide-ide matematis baik secara lisan ataupun tertulis. Kemampuan tersebut seperti kemampuan dalam menjelaskan, menulis, atau membuat gambar mengenai ide matematis yang dimiliki dalam menyelesaikan masalah.
- b. Kemampuan dalam menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide matematis baik secara lisan ataupun tertulis. NCTM menyatakan bahwa aspek kedua ini dibagi menjadi dua kemampuan yaitu kemampuan menginterpretasikan ide-ide matematis yang ada dalam persoalan matematika, dan kemampuan dalam mengevaluasi

ide-ide matematis. Pada dasarnya kemampuan ini berisi tentang kemampuan peserta didik dalam menjelaskan dan memberikan alasan benar tidaknya suatu penyelesaian.

- c. Kemampuan yang menekankan pada penggunaan istilah, simbol matematika, dan struktur untuk memodelkan situasi atau masalah matematika.

Ahli lain, yaitu Nurussalam (dalam Djam'an, 2017) mengungkapkan bahwa aspek komunikasi matematis, antara lain:

- a) Kemampuan memberikan alasan rasional terhadap suatu pernyataan.
- b) Kemampuan mengubah bentuk uraian ke dalam model matematika.
- c) Kemampuan mengilustrasikan ide-ide matematika dalam bentuk uraian yang relevan

## **B. Soal Uraian**

### **1. Soal Uraian**

Soal uraian adalah suatu soal yang menuntut peserta didik untuk mengorganisasikan gagasan-gagasan atau hal-hal yang telah dipelajarinya serta jawabanya berbentuk uraian tertulis. Soal uraian mempunyai kelebihan dan kekurangan tersendiri. Soal uraian terdiri atas dua macam, antara lain: uraian objektif, dan uraian non-objektif. Soal uraian objektif adalah soal yang digunakan untuk mengukur kemampuan peserta didik dalam menguraikan konsep tertentu sesuai

materi yang dipelajari sehingga penskoran dilakukan secara objektif. Sedangkan soal uraian nonobjektif merupakan suatu soal yang mengukur kemampuan peserta didik dalam menguraikan pendapat terhadap konsep tertentu sesuai materi pelajaran sehingga penskoran dilakukan secara subjektif (Abduh, 2019).

## 2. Kelebihan dan Kekurangan Soal Uraian

Soal uraian mempunyai kelebihan dan kekurangan, yaitu sebagai berikut:

Kelebihan soal uraian, antara lain:

1. Dapat mengukur kemampuan menyajikan jawaban terurai secara bebas.
2. Mengorganisasikan pikiran.
3. Mengemukakan pendapat.
4. Dapat mengekspresikan gagasan-gagasan dengan menggunakan kata atau kalimat sendiri.

Kekurangan soal uraian, adalah sebagai berikut:

1. Jumlah materi atau pokok bahasan relatif terbatas.
2. Waktu untuk memeriksa jawaban lama.
3. Penskoran relative subjektif.
4. Tingkat realibilitasnya relatif lebih rendah dibandingkan tes obyektif.

### 3. Cara Menyusun Soal Uraian

(Abduh, 2019) mengungkapkan bahwa dalam menulis soal uraian kita perlu memperhatikan sebuah kaidah. Kaidah penulisan soal uraian ada tiga hal, yaitu:

#### a. Materi

Kaidah penulisan soal uraian terkait materi maka yang harus kita lakukan adalah 1) Menyesuaikan soal dengan indikator, 2) Pokok soal harus logis, 3) Batasan pertanyaan serta jawaban yang diharapkan jelas, 4) Isi materi sesuai dengan tujuan pengukuran, 5) Materi yang ditanyakan sesuai dengan jenjang pendidikan.

#### b. Konstruksi

Kaidah penulisan soal uraian terkait konstruksi maka yang harus kita lakukan, yaitu 1) Membuat petunjuk yang jelas tentang cara mengerjakan soal, 2) Membuat pedoman penskoran segera setelah soalnya ditulis, 3) Pokok soal tidak memberi petunjuk ke arah jawaban, 4) Terdapat stimulus berupa gambar, grafik, tabel, dan lain-lain, 5) Rumusan kalimat soal harus menggunakan kata tanya atau perintah yang menuntut jawaban terurai.

#### c. Bahasa

Kaidah penulisan soal uraian terkait Bahasa yang perlu diperhatikan adalah 1) Rumusan butir soal menggunakan Bahasa yang sederhana dan komunikatif, 2) Rumusan soal tidak mengandung kata-kata yang dapat menyinggung perasaan peserta

didik atau kelompok tertentu, 3) Rumusan soal tidak menggunakan kata/kalimat yang menimbulkan penafsiran ganda, 4) Butir soal menggunakan Bahasa Indonesia yang baik dan benar, 5) Rumusan soal sudah mempertimbangkan segi bahasa dan budaya, 6) Tidak menggunakan bahasa yang berlaku setempat (Abduh, 2019).

#### 4. Sistem Penilaian Soal Uraian

Dalam membuat soal uraian tentunya terdapat penilaian yang dijadikan sebagai ukuran kemampuan peserta didik (Sumaryanta, 2015). Penskoran pada soal uraian dibagi menjadi dua macam, yaitu:

##### a. Menggunakan penskoran analitik

Penskoran analitik digunakan untuk masalah yang batas jawabannya sudah jelas dan terbatas. Teknik penskoran ini digunakan pada uraian objektif yang mana jawaban siswa diuraikan dengan urutan tertentu. Apabila siswa sudah menuliskan rumus dengan benar diberi skor, memasukkan angka ke dalam formula dengan benar diberi skor, menghasilkan perhitungan yang benar diberi skor, dan kesimpulan yang benar juga diberi skor. Jadi, skor suatu butir merupakan penjumlahan dari sejumlah skor dari setiap respon pada soal tersebut.

##### b. Menggunakan penskoran dengan skala global (holistik)

Penskoran ini digunakan untuk menilai soal uraian nonobjektif. Penilaian ini dilakukan dengan membaca jawaban secara keseluruhan tiap butir kemudian meletakkan dalam

kategori-kategori mulai dari yang baik sampai kurang baik, bisa tiga sampai lima. Jadi tiap jawaban siswa dimasukkan dalam salah satu kategori, dan selanjutnya tiap jawaban tiap kategori diberi skor sesuai dengan kualitas jawabannya. Kualitas jawaban ditentukan oleh penilai secara terbuka, misalnya harus ada data atau fakta, ada unsur analisis, dan ada kesimpulan.

Selain itu, penilaian juga bisa dilakukan dengan memberi bobot pada setiap soal yang diberikan. Bobot pada butir soal adalah angka yang diberikan untuk menggambarkan tingkat kedalaman dan kompleksitas butir soal. Nilai angka ditentukan dengan cara membandingkan kedalaman materi dan kompleksitas antar butir soal atau antar bentuk soal yang ada. Pemberian nilai angka menggunakan skala rentang 0-10 atau 0-100. Bobot antar soal uraian tergantung pada kompleksitas dari jawaban dan kedalaman materi setiap butir soal. Sedangkan bobot antar bentuk soal dilakukan ketika dalam satu instrument tes terdapat lebih dari satu bentuk soal. Penentuan bobot antar bentuk soal dilakukan berdasarkan kesepakatan guru mapel atau pembuat kebijakan (Kemendikbud, 2019).

### C. Suku Banyak (Polinomial)

#### 1. Pengertian Suku Banyak (Polinomial)

(Sukino, 2017) berpendapat bahwa suku banyak (polinomial) dalam  $x$  yang berderajat  $n$ , dengan  $n$  bilangan cacah dan  $a_n \neq 0$  sehingga dapat dituliskan sebagai:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_1 x + a_0$$

Derajat suatu suku banyak dalam  $x$  merupakan pangkat tertinggi dari  $x$  dalam suku banyak tersebut.

Keterangan:

Koefisien dari variabel  $x^n$  :  $a_n$

Konstanta :  $a_0$

Bilangan real :  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1$ , dan  $a_0$ .

Jika suku banyak dianggap sebagai suatu fungsi, maka dapat dituliskan dengan:

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_1 x + a_0$$

Selanjutnya, jika suku banyak dikatakan sebagai suatu persamaan, maka penulisannya berbentuk:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_1 x + a_0 = 0$$

Bentuk tersebut sering disebut dengan persamaan rasional integral derajat  $n$  dalam variabel  $x$ .

## 2. Operasi Aljabar pada Polinomial

### a. Penjumlahan dan Pengurangan

Dua bentuk dapat dilakukan penjumlahan dan pengurangan dengan menjumlahkan atau mengurangi antar koefisien pada suku yang sejenis melalui dua cara yaitu cara mendatar dan cara menurun.

### b. Perkalian

Perkalian polinomial biasanya dilakukan menggunakan sifat distributif.

$$a.(b + c + \dots + k) = a.b + a.c + \dots + a.k \quad \text{dan} \quad (b + c + \dots + k).a = b.a + c.a + \dots + k.a$$

Secara umum, kita dapat mengalikan polinomial derajat  $m$  dengan polinomial derajat  $n$  sebagai berikut.

$$\begin{aligned} & (ax^m + bx^{m-1} + \dots)(Ax^n + Bx^{n-1} + \dots) \\ &= a.Ax^{m+n} + b.Bx^{m+n-2} + \dots \end{aligned}$$

Sehingga dapat diartikan bahwa ketika mengalikan dua polinomial, kita menerapkan sifat-sifat perpangkatan yang telah kita pelajari, yaitu  $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ .

Misalkan  $f(x)$  dan  $g(x)$  masing-masing suku banyak berderajat  $m$  dan  $n$ , maka:

$$\text{derajat dari } [f(x) \cdot g(x)] \text{ adalah } (m + n)$$

### 3. Kesamaan dan Identitas

Kesamaan dua suku banyak dapat dikatakan sama jika kedua suku banyak tersebut memiliki nilai yang sama untuk variabel  $x$  pada bilangan real. Kesamaan dua suku banyak ditulis sebagai berikut.

$$f(x) \equiv g(x)$$

Ketentuan kesamaan dua suku banyak

Misalkan dua suku banyak berderajat  $n$ ,

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + b_1 x + b_0$$

Apabila  $f(x) \equiv g(x)$  atau mempunyai nilai sama untuk  $(n + 1)$  nilai  $x$  yang berbeda, maka berlaku hubungan:

$$a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, a_{n-2} = b_{n-2}, \dots, a_1 = b_1, a_0 = b_0$$

yaitu koefisien dari variabel berpangkat sederajat adalah sama.

### 4. Nilai Suku Banyak

Apabila suku banyak dinyatakan dengan  $f(x)$  dan  $x$  diganti dengan bilangan tetap  $h$ , maka bentuk  $f(h)$  merupakan nilai suku banyak tersebut untuk  $x = h$ . Cara ini disebut dengan substitusi.

Nilai suku banyak

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

Untuk  $x = (h \in \text{bilangan real})$  ditentukan oleh:

$$f(h) = a_n h^n + a_{n-1} h^{n-1} + a_{n-2} h^{n-2} + \dots + a_1 h + a_0$$

Cara lain untuk menentukan nilai suku banyak:

Misalkan  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Jika  $x = h$  suatu bilangan real, maka akan dihitung nilai

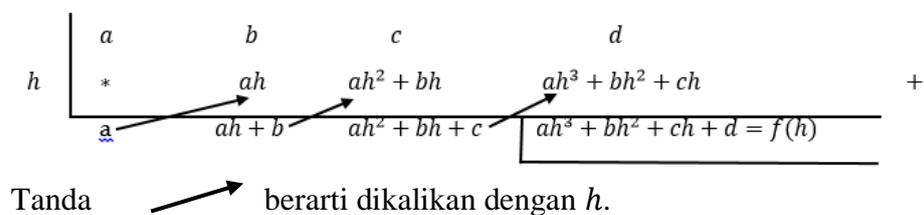
$$f(h) = ah^3 + bh^2 + ch + d$$

dengan langkah-langkah berikut.

- Kalikan  $a$  dengan  $h$ , lalu tambahkan dengan  $b$ , didapat:  $ah + b$ .
- Kalikan  $(ah + b)$  dengan  $h$ , lalu ditambahkan dengan  $c$ , didapat:  $ah^2 + bh + c$ .
- Kalikan  $(ah^2 + bh + c)$  dengan  $h$ , lalu ditambahkan dengan  $d$ , didapat:  $ah^3 + bh^2 + ch + d$ .

Cara diatas dapat disusun dalam suatu bagan atau skema berikut.

Gambar 2.1 Bagan atau Skema



(Sumber: Sukino, 2017)

## 5. Pembagian Suku Banyak

Pembagian suku banyak dapat ditinjau sebagai pembagian bilangan bulat, seperti:

$112 : 9$  mendapatkan hasil bagi 12 dan sisa 4. Hal ini dapat dituliskan:

$$112 : 9 = 9 \times 12 + 4 \text{ dengan sisa } (S) \text{ memenuhi } 0 \leq S < 9.$$

***yang dibagi = pembagi  $\times$  hasil bagi + sisa pembagian***

Secara umum dapat dituliskan:

Definisi pembagian suku banyak secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut:

Suatu suku banyak  $P(x)$  berderajat  $n$  dibagi  $Q(x)$  (dengan  $m > n$ ) menghasilkan hasil bagi  $H(x)$  berderajat  $(n - m)$  dan sisa  $S(x)$  maksimal berderajat  $(m - 1)$ , dapat dituliskan:

$$P(x) \equiv Q(x) \cdot H(x) + S(x) \text{ atau } \frac{P(x)}{Q(x)} = H(x) + \frac{S(x)}{Q(x)}$$

1. Pembagian Suku Banyak  $P(x)$  dengan  $(x - h)$

Pembagian suku banyak  $P(x)$  dengan pembagi  $Q(x) = x - h$  menghasilkan hasil bagi  $H(x)$  dan sisa  $S(x)$  berderajat nol atau  $H(x) = \textit{konstanta}$  dituliskan sebagai berikut.

$$P(x) \equiv (x - h) \cdot H(x) + S(x)$$

Penentuan hasil bagi  $H(x)$  dan sisa  $S(x)$  dari pembagian  $P(x)$  dengan  $(x - h)$  dapat dilakukan dengan 3 cara yaitu operasi aljabar, porogapit, dan metode Horner.

2. Pembagian Suku Banyak dengan  $(ax - b)$

Jika  $P(x)$  dibagi dengan  $(ax - b)$ , maka hasil baginya  $= \frac{H(x)}{a}$  dan sisanya  $= P\left(\frac{b}{a}\right)$ , dengan  $H(x)$  adalah hasil dari pembagian  $P(x)$  dengan  $\left(x - \frac{b}{a}\right)$ .

### 3. Pembagian Suku Banyak dengan $(ax^2 + bx + c)$

Metode bagan Horner digunakan untuk menentukan hasil bagi dan sisa dari pembagian suatu suku banyak dengan pembagi berbentuk apapun asalkan *pangkat pembagi*  $\leq$  *pangkat yang dibagi*.

#### a. Bagan Horner

Bagan Horner hanya dapat digunakan untuk pembagi yang dapat difaktorkan saja. Misalkan  $P(x)$  dibagi dengan suku banyak  $ax^2 + bx + c$  yang dapat difaktorkan. Menentukan hasil bagi dan sisa pembagian dengan bagan Horner. Langkah-langkahnya, antara lain yaitu:

Misalkan  $ax^2 + bx + c$  dapat ditulis sebagai

$a(x - h_1)(x - h_2)$  dengan  $a \neq 0$

- Kemudian bagi  $P(x)$  dengan  $(x - h_1)$ , diperoleh:

$$P(x) \equiv (x - h_1)H_1(x) + S_1$$

- Hasil bagi  $H_1(x)$  dibagi lagi dengan  $(x - h_2)$ , diperoleh:

$$H_1(x) \equiv (x - h_2)H_2(x) + S_2$$

- Substitusikan  $H_1(x)$  ke bentuk kesamaan  $P(x)$ , diperoleh:

$$P(x) \equiv (x - h_1)[(x - h_2)H_2(x) + S_2] + S_1$$

$$\Leftrightarrow P(x) = (x - h_1)[(x - h_2)H_2(x) + S_2(x - h_1)] + S_1$$

$$\Leftrightarrow P(x) = a(x - h_1)(x - h_2)\frac{H_2(x)}{a} + S_2(x - h_1) + S_1$$

$$\therefore P(x) \equiv (ax^2 + bx + c)\frac{H_2(x)}{a} + S_2(x - h_1) + S_1$$

b. Bagan Horner-Kino

Bagan Horner-Kino merupakan pengembangan dari bagan Horner. Bagan Horner-Kino dapat diterapkan untuk pembagi apapun. Pada pembagian suku banyak dengan pembagi berbentuk linear terdapat dua baris, sedangkan untuk pembagi berbentuk kuadrat ada empat baris. Baris pertama merupakan penulisan koefisien  $P(x)$  dari variabel berpangkat tinggi ke rendah, baris kedua dan baris ketiga merupakan proses dari perkalian dan penjumlahan pembagi dengan koefisien  $P(x)$ . Untuk pembagi berbentuk kuadrat ada dua baris yang diproses melalui operasi perkalian dan penjumlahan, yaitu pada baris kedua dan ketiga.

6. Teorema Sisa

Kesamaan dasar pada Teorema Sisa dapat dituliskan sebagai berikut.

$$P(x) \equiv (x - h) \cdot H(x) + S(x)$$

Keterangan:

$P(x) \equiv$  suku banyak yang dibagi

$(x - h) \equiv$  pembagi

$H(x) \equiv$  hasil bagi

$S(x) \equiv$  sisa

Teorema 1: Pembagi berbentuk  $(x - h)$

Jika suku banyak  $P(x)$  berderajat  $n$  dibagi  $(x - h)$ , maka sisa pembagiannya adalah  $P(h)$ .

Penentuan sisa pembagian suku banyak dapat menggunakan cara substitusi, yaitu mencari nilai  $P(h)$  atau pembagian bersusun maupun cara bagan Horner.

Teorema 2: Pembagi berbentuk  $(ax - b)$

Jika suku banyak  $P(x)$  berderajat  $n$  dibagi  $(ax - b)$ , maka sisa pembagiannya adalah  $S(x) = P\left(\frac{b}{a}\right)$ .

Teorema 3: Pembagi berbentuk  $(x - h_1)(x - h_2)$

Jika suku banyak  $P(x)$  berderajat  $n$  dibagi  $(x - h_1)(x - h_2)$ , maka sisa pembagiannya adalah

$$S(x) = \frac{P(h_1) - P(h_2)}{h_1 - h_2} \cdot x + \frac{h_1 P(h_2) - h_2 P(h_1)}{h_1 - h_2}$$

Dengan  $h_1 \neq h_2, h_1 \neq 0$ , dan  $h_2 \neq 0$

#### 7. Teorema Faktor

Misalkan  $P(x)$  suatu suku banyak,  $x - h$  merupakan faktor dari  $P(x)$  jika dan hanya jika  $P(h) = 0$ .

#### 8. Aturan Pembagian Istimewa

a. 
$$\frac{x^n - a^n}{x - a} = \sum_{k=1}^n x^{n-k} a^{k-1}$$

dengan suku banyak ke- $k$  dari hasil bagi =  $x^{n-k} a^{k-1}$ .

b. 
$$\frac{x^{2n} - a^{2n}}{x + a} = \sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k+1} x^{2n-k} a^{k-1}$$

dengan suku banyak ke- $k$  dari hasil bagi =  $(-1)^{k+1} x^{2n-k} a^{k-1}$ .

$$c. \frac{x^{2n+1} + a^{2n+1}}{x+a} = \sum_{k=1}^{2n+1} (-1)^{k+1} x^{2n+1} a^{k-1}$$

dengan suku banyak ke- $k$  dari hasil bagi =  $(-1)^{k+1} x^{2n+1} a^{k-1}$ .

#### 9. Persamaan Suku Banyak

Jika  $P(x)$  suku banyak, maka  $(x - h)$  adalah faktor dari  $P(x)$  jika dan hanya jika  $h$  merupakan akar persamaan  $P(x) = 0$ .

#### 10. Teorema Akar-akar Vietta (Persamaan Suku Banyak berderajat Tiga)

$$a. x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$b. x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{c}{a}$$

$$c. x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$