

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Soal Matematika

Soal matematika merupakan pertanyaan yang yang dalam proses penyelesaiannya memperlihatkan prosedur dan perencanaan yang benar (Farida, 2015). Selain itu (Sumantri, 1985) mendefinisikan soal matematika sebagai suatu pertanyaan yang harus dipecahkan dengan prosedur berpola. Dari pengertian tersebut dapat disimpulkan bahwasannya soal matematika adalah sebuah pertanyaan yang memiliki prosedur dalam penyelesaiannya.

(Putri, 2018) menuturkan bahwasanya pada umumnya soal matematika dikelompokkan ke dalam dua macam yaitu soal rutin dan soal non-rutin. Soal rutin ialah soal yang biasa diselesaikan menggunakan tata cara yang dipelajari di dalam kelas, soal ini sering ditemukan didalam buku ajar. Sedangkan untuk soal non-rutin sendiri diartikan soal yang untuk penyelesaiannya memerlukan kemampuan berpikir lebih lanjut dikarenakan tata caranya tidak sama dengan yang dipelajari di dalam kelas. Dalam soal non rutin disajikan situasi baru yang belum pernah siswa jumpai sebelumnya. Pemberian soal non rutin kepada siswa dapat melatih mereka menerapkan konsep matematika dalam situasi baru, hal ini berdampak terhadap kemampuan mereka dalam memecahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Dalam penyelesaian soal non rutin memerlukan konsep, prinsip serta keterampilan matematika.

B. Kemampuan Penyelesaian Soal Matematika

Salah satu kompetensi yang harus dimiliki siswa dalam pembelajaran matematika adalah kemampuan pemecahan masalah. Hal ini dikarenakan kemampuan tersebut tidak dapat dikembangkan dengan sekedar menghafal melainkan dengan membiasakan menyelesaikan soal secara rutin.

Ahmad Thanthowi dalam (Hasyim & Andreina, 2019) menuturkan kemampuan ialah suatu proses dalam menemukan solusi, dipahaminya persoalan secara bermakna. Sardiman dalam (Hasyim & Andreina, 2019) menuturkan kemampuan ialah suatu hal yang dikuasai dengan pikiran. Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) menyelesaikan sama artinya dengan memecahkan baik soal masalah atau yang lainnya. Sedangkan soal sendiri diartikan suatu hal yang dapat dipecahkan. Selain itu matematika diartikan suatu tata cara yang digunakan untuk penyelesaian masalah keseharian. Dari pengertian tersebut yang dimaksud kemampuan penyelesaian soal

matematika ialah mampu memahami persoalan dalam memecahkan soal dan masalah keseharian.

Dalam penyelesaian soal matematika tidak hanya melihat hasil juga dengan melampirkan proses dalam penyelesaian soal, guna mengetahui alur berpikir serta pengaplikasian konsep matematika yang sudah diajarkan. Soedjadi dalam (Muncarno, 2008) mengutarakan pendapatnya mengenai beberapa langkah terkait penyelesaian soal matematika diantaranya : 1) memahami soal guna menangkap makna; 2) mengungkap yang diketahui dan ditanyakan dalam soal; 3) merancang model matematika; 4) menyelesaikan soal berdasarkan aturan matematika; 5) mengembalikan jawaban ke pertanyaan awal.

Langkah penyelesaian soal tersebut sesuai dengan tahapan pemecahan masalah yang diutarakan (Polya 1973) yaitu

1. Memahami masalah (*Understand The Problem*)

Langkah pertama dalam pemecahan masalah adalah memahami masalah. Siswa mengidentifikasi apa yang diketahui, apa yang ada, kuantitas, hubungan, dan nilai terkait dan apa yang mereka cari. Beberapa saran dapat membantu siswa memahami masalah yang kompleks: mempertanyakan apa yang diketahui dan dipelajari, menggambarkan masalah dengan kata-kata mereka sendiri, menghubungkannya dengan masalah serupa dengan kata lain, fokus pada bagian penting masalah, mengembangkan model dan menggambar diagram.

2. Rencana pemecahan masalah (*Devise a Plan*)

Siswa harus mengidentifikasi kegiatan yang terlibat serta strategi yang diperlukan untuk memecahkan masalah yang diberikan. siswa dapat melakukan hal seperti: menebak, mengembangkan pola, menggambar diagram, masalah, menentukan pola, membuat tabel, menguji dan mensimulasikan, bekerja mundur, menguji semua kemungkinan, mendefinisikan sub-tujuan, melakukan analogi dan menyortir data/informasi.

3. Melaksanakan rencana (*Carry Out The Plan*)

Apa yang diaktualisasikan jelas tergantung pada apa yang telah direncanakan sebelumnya serta mencakup pengambilan setelah: menerjemahkan data yang diberikan ke dalam kerangka ilmiah dan mengaktualisasikan metodologi di tengah penyusunan dan perhitungan yang dilakukan. Secara umum, pada tahap ini siswa harus mengikuti rencana yang telah dipilih. Jika pengaturan seperti itu tidak dapat diwujudkan, maka siswa dapat memilih cara atau pengaturan lain.

4. Memeriksa hasil (*Looking Back*)

Aspek-aspek berikut harus dipertimbangkan ketika memeriksa ulang langkah-langkah sebelumnya yang terlibat dalam pemecahan masalah, yaitu: periksa kembali hal-hal penting, periksa apa saja operasi yang terlibat, tentukan apakah ada solusi logistik, cari alternatif solusi lain dan baca kembali pertanyaannya dan tanyakan pada diri sendiri Apakah pertanyaan itu benar-benar terjawab bukan?

Jadi penyelesaian soal dalam penelitian ini adalah dengan memperhatikan langkah pemecahan masalah yang dijelaskan di atas.

C. High Order Thinking Skill (HOTS)

Sumber daya manusia (SDM) di abad 21 memiliki tiga kompetensi penting yaitu berpikir kritis, berpikir kreatif, dan keterampilan memecahkan masalah. Tiga kemampuan ini disebut dengan *High Order Thinking Skill* atau HOTS (Saraswati & Agustika, 2020). Menurut Sani (2019: 52) penting untuk mempersiapkan kaum muda dengan pemikiran kritis, kreativitas, dan kapasitas untuk membuat keputusan pemecahan masalah. Sementara itu, Faridah (2019:2) juga menyatakan bahwa beradaptasi dengan abad 21 membutuhkan kemampuan untuk mengembangkan kreativitas dan pemecahan masalah.

Keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah proses berpikir oleh siswa pada tingkat kognitif yang lebih tinggi dikembangkan dari konsep dan metode pembelajaran kognitif dan taksonomi seperti pemecahan masalah, taksonomi bloom dan taksonomi pembelajaran, pengajaran dan penilaian (Dinni, 2018). Keterampilan berpikir tingkat tinggi tersebut meliputi pemecahan masalah, keterampilan berpikir kreatif, berpikir kritis, berdebat, dan pengambilan keputusan. Menurut King, keterampilan berpikir tingkat tinggi termasuk berpikir kritis, logika, refleksi, metakognisi, dan kreativitas. Beberapa pendapat ahli mengenai definisi HOTS telah dikemukakan, antara lain oleh Thomas & Thorne (2009), yang menyatakan bahwa berpikir tingkat tinggi berpikir merupakan pola pikir tingkat tinggi yang tidak hanya mengingat fakta atau memberitahu orang lain sesuatu yang mereka dengar. Selain itu, Thomas dan Thorne (2009) menyatakan bahwa berpikir pada tingkat yang lebih tinggi mengharuskan seseorang untuk melakukan sesuatu tentang kebenaran, yaitu memahaminya, menyimpulkannya, menghubungkannya dengan fakta dan konsep lain, mengkategorikan, memanipulasi, menyatukan fakta dengan cara baru dan menerapkannya untuk mencari solusi masalah.

Soal-soal keterampilan berpikir tingkat tinggi (HOTS) adalah ukuran yang digunakan untuk mengukur kemampuan berpikir tingkat tinggi. Soal HOTS tentang konteks penilaian mengukur kemampuan untuk: 1) menerjemahkan satu konsep ke konsep lain, 2) memproses dan menerapkan informasi, 3) menemukan asosiasi dari berbagai informasi, 4) menggunakan informasi untuk memecahkan masalah; dan 5) kritis memeriksa ide-ide dan informasi (Kemendikbud: 2017). Guna mengetahui keterampilan berpikir tingkat tinggi seseorang, diperlukan indeks yang dapat mengukur kemampuan tersebut (A. R. Amalia et al., 2021). Dalam Taksonomi Revisi Bloom : *A Review - Theory for Practice*, Krathworl (2002) berpendapat bahwa indikator yang mengukur keterampilan berpikir tingkat tinggi meliputi:

1. Menganalisis

- a. Menganalisis informasi yang masuk dan membagi atau menyusunnya menjadi bagian-bagian yang lebih kecil untuk mengenali pola atau hubungan
- b. Kemampuan untuk mengenali dan membedakan sebab dan akibat dari situasi yang kompleks
- c. Mengidentifikasi/membentuk pertanyaan.

2. Mengevaluasi

- a. Lakukan penilaian terhadap solusi, ide, dan metodologi dengan menggunakan kriteria yang sesuai atau standar yang ada untuk menentukan nilai efektivitas atau manfaat
- b. Menghasilkan hipotesis, kritik dan tes.
- c. Menerima atau menolak suatu pernyataan berdasarkan kriteria yang ditentukan

3. Mencipta

- a. Membuat gambaran dari sebuah ide atau sudut pandang tentang sesuatu.
- b. Merancang pendekatan pemecahan masalah.
- c. Pengorganisasian elemen atau bagian dalam struktur baru belum pernah ada sebelumnya.

Setelah memodifikasi taksonomi Bloom oleh Anderson & Krathwohl (2001), dimana tujuan pembelajaran dibagi menjadi dua dimensi yaitu kognitif dan pengetahuan, maka perlu dilakukan penyesuaian HOTS dalam klasifikasi Bloom. Taksonomi Bloom versi revisi yang dikemukakan oleh Anderson & Krathwohl (2001), pada aspek proses kognitif HOTS meliputi proses menganalisis mengevaluasi dan mencipta sedangkan pada dimensi pengetahuan HOTS meliputi pengetahuan

konseptual, pengetahuan prosedural dan pengetahuan metakognisi (metacognitive knowledge). Berikut deskripsi HOTS dalam Taksonomi Bloom Revisi :

		Dimensi Proses Kognitif					
		Mengingat	Memahami	Menerapkan	Menganalisis	Mengevaluasi	Mencipta
Dimensi Pengetahuan	Faktual						
	Konseptual						Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi
	Prosedural						
	Metakognitif						

Sumber : Anderson & Krathwohl (2001)

Soal HOTS biasanya mengukur kemampuan area *Analysis* (C4), *Evaluate* (C5) dan *Create* (C6). Di bidang *analyze* siswa dituntut membongkar dan menganalisis elemen atau bagian mengatur, menyelaraskan dan menciptakan makna. Pada ranah *evaluate* siswa dituntut untuk membuat asumsi, kritik, evaluasi, menyangga dan menguji. Pada ranah *create* siswa dituntut membuat, merencanakan, membangun, memperbaiki, modernisasi, peningkatan, mendesain ulang.

Widana dalam (Kunanti, 2020) menjelaskan tentang ciri-ciri instrumen berbasis HOTS adalah sebagai berikut: (1) Menilai kemampuan berpikir tingkat tinggi; (2) Memimpin isu-isu kontekstual; (3) Pertanyaan yang digunakan berbeda. Untuk tahapan penyusunan soal HOTS meliputi kegiatan sebagai berikut: (1) Analisis keterampilan dasar yang digunakan; (2) Buat kotak pertanyaan; (3) Mengidentifikasi stimulus sesuai konteks.masalah; (4) Menyusun pertanyaan; (5) Merumuskan jawaban dan petunjuk evaluasi. Saat mempersiapkan pertanyaan HOTS, stimulus sering digunakan. Guna membangkitkan dasar untuk bertanya. Dalam konteks HOTS, suatu stimulus disajikan dalam konteks dan menarik. Stimulasi dapat datang dari isu-isu global seperti isu teknologi informasi, ilmu pengetahuan, ekonomi, kesehatan, pendidikan dan infrastruktur (Fanani & Kediri, 2013). Untuk menulis entri HOTS, penanya harus mampu mengidentifikasi perilaku yang akan diukur dan mendokumentasikannya sehingga akan membentuk pertanyaan dasar (stimulus) dalam konteks tertentu sesuai dengan perilaku yang diinginkan yang diharapkan. Selain itu, materi yang akan dibahas (diperlukan penalaran) tidak selalu disertakan dalam buku teks. Jadi, untuk menulis soal HOTS diperlukan penguasaan bahan ajar. Dalam hal ini dibutuhkan keterampilan merumuskan soal (rumusan masalah) dan kreativitas guru dalam memilih metode stimulasi masalah yang disesuaikan dengan keadaan dan kondisi lingkungan sekitar satuan ajar (Fanani & Kediri, 2013).

Langkah-langkah menyusun soal HOTS menurut I. Wayan Widana (2016); dan Kemdikbud (2017) yaitu :

1. Analisis KD yang dapat menjadi soal HOTS
2. Membuat kisi-kisi soal
3. Pilih rangsangan yang menarik dan kontekstual
4. Tulislah pertanyaanmu sesuai dengan kisi-kisi soal
5. Buat pedoman penilaian atau kunci jawaban

D. Pola Bilangan

Pola bilangan merupakan susunan sejumlah bilangan yang dapat membentuk pola tertentu. Berikut adalah beberapa contoh pola bilangan yaitu:

a. Pola Bilangan Ganjil

Pola bilangan ganjil dibentuk dari bilangan ganjil. Sedangkan pengertian bilangan ganjil sendiri memiliki arti bilangan asli yang tidak habis dibagi dua atau kelipatannya.

- ✓ Pola bilangannya 1, 3, 5, 7, 9 ...
- ✓ Rumus suku ke- n ialah $U_n = 2n - 1$
- ✓ Rumus jumlah n suku pertama ialah $S_n = n^2$

b. Pola Bilangan Genap

Pola bilangan genap dibentuk dari bilangan genap. Bilangan genap adalah bilangan asli yang habis dibagi dua atau kelipatannya.

- ✓ Pola bilangannya 2, 4, 6, 8, ...
- ✓ Rumus suku ke- n ialah $U_n = 2n$
- ✓ Rumus jumlah n suku pertama ialah $S_n = n^2 + n$

c. Pola Persegi

Pola bilangan persegi merupakan kumpulan bilangan membentuk suatu pola persegi

- ✓ Pola bilangannya 1, 4, 9, 16, 25, ...
- ✓ Rumus suku ke- n ialah $U_n = n^2$
- ✓ Rumus jumlah n suku pertama ialah $S_n = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$

d. Pola Persegi Panjang

Pola bilangan persegi panjang merupakan kumpulan bilangan membentuk suatu pola persegi panjang.

- ✓ Pola bilangannya 2, 6, 12, 20, 30, ...
- ✓ Rumus suku ke- n ialah $U_n = n(n + 1)$
- ✓ Rumus jumlah n suku pertama ialah $S_n = \frac{1}{3}n(n + 1)(n + 2)$

e. Pola Segitiga

Pola segitiga adalah barisan bilangan yang membentuk pola segitiga.

✓ Pola bilangannya 1, 3, 6, 10, 15, ...

✓ Rumus suku ke- n ialah $U_n = \frac{1}{2}n(n + 1)$

✓ Rumus jumlah n suku pertama ialah $S_n = \frac{1}{6}n(n + 1)(n + 2)$

f. Pola Segitiga Pascal

Bilangan yang disusun dalam pola segitiga Pascal memiliki pola khusus. Ini karena bilangan segitiga Pascal selalu dimulai dan diakhiri dengan angka 1 serta susunannya selalu berulang. Rumus jumlah baris ke- n ialah 2^{n-1} . Berikut merupakan aturan-aturan dalam membuat pola segitiga Pascal :

✓ Angka 1 adalah angka awal di atas.

✓ Catat dua angka di bawahnya karena angka awal dan akhir selalu 1, kedua angka adalah 1.

✓ Kemudian jumlahkan angka-angka berdekatan, kemudian simpan hasilnya di bagian bawah dari dua angka tersebut.

✓ Proses ini dilakukan secara terus menerus hingga batas jumlah yang dibutuhkan.

g. Pola Barisan Aritmatika

Pola aritmatika adalah pola yang bilangan-bilangan sebelumnya dan sebelumnya memiliki selisih yang sama.

✓ Pola bilangannya 2, 5, 8, 11, 14, 17, ...

✓ Dalam pola aritmatika suku pertama disebut U_1 , suku kedua disebut U_2 dan seterusnya.

✓ Selisih dilambangkan b

✓ Rumus $b = U_2 - U_1, U_3 - U_2, U_4 - U_3, U_5 - U_4, U_6 - U_5 = 3$

✓ Rumus suku ke- n ialah $U_n = a + (n - 1)b$

✓ Rumus jumlah n suku pertama ialah $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ atau $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$

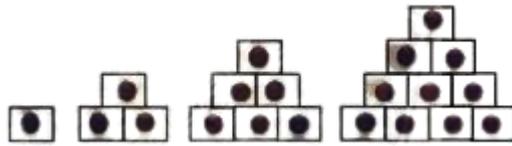
h. Pola Barisan Geometri

Dalam pola geometri, bilangannya adalah hasil dari perkalian bilangan sebelumnya dengan bilangan tetap.

✓ Rumus suku ke- n ialah $U_n = ar^{n-1}$

Contoh soal HOTS

a. Menganalisis (C4)



Dona mempunyai jeruk, kemudian disusun ke dalam kotak sehingga membentuk pola seperti pada gambar. Berapa banyak jeruk Dona pada pola ke 40 ?

Jawaban :

Susunan bilangannya membentuk barisan segitiga yaitu :

1, 3, 6, 10, ...

Sehingga :

$$U_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$U_{40} = \frac{40(40+1)}{2}$$

$$U_{40} = \frac{40(41)}{2}$$

$$U_{40} = \frac{1640}{2}$$

$$U_{40} = 820$$

b. Mengevaluasi (C5)

Amati gambar dibawah ini, bagaimana pola bilangan selanjutnya ? berikan alasanmu !



Jawaban :

Karena dari gambar dapat dilihat bahwa pola tersebut mengalami penambahan satu persegi pada setiap sisi oleh karenanya pola selanjutnya dapat digambarkan sebagai berikut:



c. Mencipta (C6)

Ulfa menumpuk kardus berukuran sama dimana tinggi masing-masing 64 cm, tinggi tumpukan 4 kardus 82 cm. Berapakah tinggi tumpukan 12 kardus ?

Jawaban :

Karena ukuran kardus sama, sehingga tumpukan kardusnya akan sama serta membentuk barisan aritmatika.

$$\text{Diketahui} : U_1 = 64, U_4 = 82$$

$$\text{Ditanya} : U_{12}$$

Penyelesaian :

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_4 = 64 + (4 - 1)b$$

$$82 = 64 + (4 - 1)b$$

$$82 = 64 + 3b$$

$$82 - 64 = 3b$$

$$18 = 3b$$

$$b = 6$$

Maka,

$$U_{12} = 64 + (12 - 1)6$$

$$U_{12} = 64 + (11)6$$

$$U_{12} = 64 + 66$$

$$U_{12} = 130$$

Jadi, tumpukan kardus ke 12 memiliki tinggi 130 cm.

Contoh Soal Non HOTS

a) Diketahui barisan bilangan 4, 10, 16, 22, 28, ...

Tentukan suku ke 30 !

Pembahasan

$$a = 4$$

$$b = 6$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{30} = 4 + (30 - 1)6$$

$$U_{30} = 4 + 29 \times 6$$

$$U_{30} = 4 + 174$$

$$U_{30} = 178$$

Jadi suku ke 30 dari barisan bilangan tersebut adalah 178