

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Media Pembelajaran

1. Pengertian Media Pembelajaran

Menurut Hanafy proses belajar merupakan bagian dari sistem yang memiliki hubungan dan interaksi antara satu dengan yang lain untuk mencapai tujuan yang ditetapkan dengan hasil yang optimal (Hanafy, 2017). Bagian tersebut dapat diartikan sebagai media pembelajaran yang menjadi salah satu bagian penting dalam proses belajar. Pemilihan media pembelajaran yang tepat akan menentukan kualitas hasil pembelajaran.

Kata media berarti perantara atau pengantar yang merupakan jamak dari kata *medium* serta berasal dari bahasa latin. Azhar Arsyad menguraikan pengertian media dalam pembelajaran adalah alat untuk menyajikan bentuk grafis, fotografis, atau elektronis, untuk menangkap, memproses, dan menyusun kembali informasi visual, atau verbal (Arsyad, 2011).

Association for Education and Communication Technology (AECT) mendefinisikan media seperti perantara yang menjadi penyampai informasi. Sedangkan *National Student Association* (NEA) menjelaskan definisi media adalah segala benda yang dapat dimanipulasikan, dilihat, didengar, dibaca, atau dibicarakan beserta sarana yang digunakan dalam kegiatan tersebut (Nurseto, 2011). Secara singkat dapat disimpulkan bahwa

media merupakan segala hal yang bisa digunakan untuk menghantarkan informasi atau pesan.

Nurdiansyah mengemukakan pendapat bahwa media pembelajaran merupakan semua hal yang dapat dimanfaatkan untuk mengirimkan pesan dari pendidik kepada peserta didik yang dapat menstimulasi pikiran, perasaan, perhatian dan minat perhatian peserta didik, sehingga terjadi proses belajar (Nurdyansyah, 2019).

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran merupakan semua hal yang dimanfaatkan untuk menyampaikan pesan kepada peserta didik sehingga mampu menstimulasi pikiran, perasaan, perhatian dan minat dalam proses belajar. Dengan demikian, berdasarkan kesimpulan tersebut media pembelajaran dapat diasumsikan seperti proses komunikasi.

Proses komunikasi pada pembelajaran melibatkan beberapa unsur-unsur, diantaranya sumber pesan, pesan, penerima pesan, media, dan umpan balik. Sumber pesan, yakni segala hal baik benda maupun bukan benda yang dapat menghantarkan pesan. Pesan merupakan konten pembelajaran yang termuat pada kurikulum yang dijabarkan dalam lambing-lambang tertentu. Peserta didik sebagai subjek yang menerima pesan akan menangkap maksud dari lambing-lambang tersebut kemudian memahaminya sebagai pesan. Dengan demikian, media sebagai proses komunikasi yaitu penghubung yang menghantarkan pesan dari pengirim kepada penerima pesan (Zainiyati, 2017).

2. Fungsi Media Pembelajaran

Media pembelajaran telah menjadi bagian yang tidak terpisahkan pada proses belajar. Kehadiran media pembelajaran tidak terpisahkan pada proses belajar di sekolah. Pada awalnya media hanya memiliki fungsi sebagai alat atau sarana yang terlihat dalam proses belajar yang dapat memberikan pengalaman bagi peserta didik. Pengalaman tersebut diantaranya dapat membangkitkan motivasi belajar, membuat lebih jelas dan memudahkan konsep yang rumit, menyederhanakan konsep, serta mengkonkritkan konsep yang abstrak. Dengan demikian, media memiliki fungsi meningkatkan kemampuan pemahaman peserta didik dalam menyerap materi dalam proses belajar.

Harry C. Mc. Kwon (dalam Jennah, 2009) mengemukakan bahwa fungsi media pembelajaran, antara lain pertama yaitu media dapat mengubah keadaan belajar yang pada awalnya banyak terdapat teori yang sulit dipahami dan abstrak menjadi lebih mudah dipahami dan konkrit. Kedua, media dapat memunculkan motivasi dan keaktifan peserta didik dengan memusatkan perhatian pada objek yang dipelajari. Ketiga, media dapat membuat lebih jelas konten pembelajaran dan mendorong rasa penasaran peserta didik terhadap konten pembelajaran.

Sedangkan Wina Sanjaya (dalam Agni, 2018) menjelaskan sejumlah fungsi media, yaitu pertama fungsi komunikatif. Fungsi ini membuat media pembelajaran dapat mempermudah pengiriman pesan dari orang yang menyampaikan pesan ke orang yang menerima pesan. Kedua, fungsi motivasi. Pemanfaatan media pembelajaran diharapkan dapat

memotivasi peserta didik dalam proses belajar karena terdapat unsur yang bernilai seni, sehingga keinginan belajar siswa dapat meningkat. Ketiga, yakni fungsi kebermaknaan, dengan memanfaatkan media, pada proses belajar tidak hanya dapat mengembangkan aspek kognitif tahap rendah yang ditandai dengan bertambahnya informasi berupa data dan fakta, akan tetapi aspek kognitif tahap tinggi juga dapat meningkat yang ditandai dengan adanya proses analisis dan mencipta. Di samping itu, melalui media dapat meningkatkan aspek sikap dan keterampilan. Keempat, Fungsi media yaitu penyamaan pemahaman. Media pembelajaran diharapkan mampu menyamakan pemahaman siswa terhadap informasi yang diberikan. Kelima, yaitu fungsi individualistis. Media pembelajaran dapat memfasilitasi perbedaan minat dan gaya belajar siswa, sehingga dapat mengembangkan dirinya.

Media dapat mengarahkan atau menginstruksikan peserta didik pada aktivitas yang nyata sehingga proses belajar dapat terjadi. Hal ini sejalan dengan pendapat Jennah (2009) yang menunjukkan bahwa fungsi media untuk tujuan instruksi. Materi perlu dirancang secara sistematis dan psikologis dengan melihat pokok-pokok pembelajaran sehingga arahan yang disampaikan lebih efektif. Dengan demikian, media pembelajaran perlu memberikan pengalaman yang menyenangkan agar kebutuhan pembelajaran setiap peserta didik terpenuhi.

3. Manfaat Media Pembelajaran

Menurut Sadiman, et.al mengemukakan tentang kegunaan media pembelajaran, yakni (1) menjelaskan pesan atau informasi selain dalam

bentuk verbal tertulis atau lisan; (2) Solusi dari terbatasnya ruang, waktu, dan kemampuan indera seperti benda-benda yang besar dapat direpresentasikan melalui gambar, film, dan sebagainya; (3) Penggunaan beberapa media dalam proses belajar akan menguatkan sikap aktif dan memotivasi belajar peserta didik; (4) Berdasarkan karakteristik, lingkungan, dan pengalaman peserta didik guru dapat mengaplikasikan media pembelajaran sebagai alat bantu (Puspitasari & Hanif, 2019).

Lebih lanjut Azhar Arsyad (2011) menyimpulkan beberapa manfaat praktis dari penggunaan media pembelajaran, diantaranya pertama media pembelajaran dapat memperjelas penyajian pesan dan informasi sehingga proses belajar dapat berjalan lancar memperlancar atau meningkatkan proses dan hasil belajar. Kedua, media pembelajaran dapat mengarahkan perhatian anak sehingga dapat meningkatkan motivasi belajar, hubungan langsung antara peserta didik dan lingkungannya, dan memungkinkan peserta didik untuk belajar mandiri berdasarkan kemampuan dan minatnya. Ketiga, media pembelajaran dapat mengatasi terbatasnya indera, ruang, dan waktu. Keempat, media pembelajaran dapat menyamakan pengalaman peserta didik terhadap segala sesuatu yang terjadi di lingkungan mereka, serta memunculkan adanya timbal balik langsung dengan pendidik, masyarakat, dan lingkungan.

4. Klasifikasi Media Pembelajaran

Beberapa ahli telah mengemukakan pengklasifikasian berbagai jenis media. Pertama Leshin, Pollock & Reigeluth (1992) membagi jenis media menjadi lima kategori, yaitu (1) Media berbasis manusia, misalnya

guru, instruktur, tutor, main-peran, kegiatan kelompok, field-trip. (2) Media berbasis cetak, misalnya buku, penuntun, buku latihan (*workbook*), alat bantu kerja, dan lembaran lepas. (3) Media berbasis visual, misalnya buku, alat bantu kerja, charts, grafik, peta, gambar, transparansi, slide. (4) Media berbasis audio-visual, misalnya video, film, program slide-tape, televisi. (5) Media berbasis komputer, misalnya proses belajar dengan berbantuan komputer, video interaktif, *hypertext*). Salah satu karakteristik media ini adalah membawa pesan atau informasi kepada penerima, atau di sisi lain juga dapat mengungkapkan dan memproses pesan atau informasi dari peserta didik. Dengan kata lain, media ini disebut media interaktif.

Menurut Oemar Hamalik (dalam Usman & Asnawir, 2002) mengelompokkan media pembelajaran menjadi empat kelompok, yaitu pertama alat-alat visual yang dapat dilihat, misalnya *filmstrip*, *transparansi*, *micro projection*, papan tulis, bulletin board, gambar-gambar, ilustrasi, chart, grafik, poster, peta dan globe. Kedua, alat-alat yang bersifat *auditif* atau hanya dapat didengar, misalnya: *phonograph record*, transkripsi electric, radio, rekaman pada tape recorder. Ketiga, alat-alat yang bisa dilihat dan didengar, misalnya film dan televisi, benda-benda tiga dimensi yang biasanya dipertunjukkan, misalnya; model, specimens, bak pasir, peta electric, koleksi diorama. Keempat, dramatisasi, bermain peranan, sosiodrama, sandiwara boneka, dan sebagainya.

5. Pemilihan Media Pembelajaran

Pemilihan media pembelajaran memerlukan beberapa pertimbangan. Pertimbangan-pertimbangan dalam menentukan media,

yakni pertama media harus sejalan dengan tujuan yang ingin diraih. Tujuan yang telah ditetapkan perlu mengacu pada gabungan dari dua atau tiga aspek kognitif, afektif, serta psikomotor. Kedua, media harus padu ketika mendeskripsikan isi pelajaran berupa fakta, konsep, prinsip, atau generalisasi. Sehingga, agar media tersebut efektif maka perlu diadaptasi menggunakan kebutuhan tugas pembelajaran serta kemampuan mental siswa.

Ketiga, media wajib sederhana, luwes, dan bertahan. Sederhana berarti media tersebut praktis untuk dipergunakan atau dijalankan. Luwes berarti media dapat digunakan dimanapun. Bertahan berarti media bisa dipergunakan pada saat yang lama. Keempat, guru harus terampil memakai media tersebut. Kelima, perlu pengelompokkan target. Media ada yang tepat dipergunakan untuk kelompok besar, kelompok sedang, kelompok kecil, serta perorangan. Keenam, media perlu memperhatikan mutu teknis. Teknis bisa berupa visual gambar yang jelas dan elemen-elemen yang ada tidak boleh mengganggu pesan yang ingin disampaikan.

B. Multimedia Interaktif

1. Pengertian Multimedia Interaktif

Multimedia berasal dari kata multi dan media. Menurut Bahasa latin multi yaitu *nouns* yang memiliki arti banyak atau beraneka ragam. Sedangkan media berasal dari bahasa latin, yaitu *medium* yang memiliki arti perantara atau sesuatu yang membawa. Sedangkan menurut Munir (2020) media adalah penyatuan dari berbagai media berupa teks, gambar, video, dan animasi dalam satu program berbasis komputer yang dapat

memfasilitasi komunikasi interaktif. Apabila dikaitkan dengan pembelajaran multimedia merupakan sarana presentasi pembelajaran yang menyatukan tampilan berupa teks, grafis, video, audio dan memfasilitasi interaktifitas.

2. **Komponen Multimedia Interaktif**

Multimedia yaitu kombinasi dari penggunaan beberapa jenis media untuk mengantarkan pesan atau informasi. Dalam multimedia terdapat beberapa elemen atau komponen diantaranya, pertama adalah teks. Teks merupakan gabungan suatu huruf yang mengandung makna atau materi pembelajaran sehingga mempermudah pembacanya. Pada multimedia teks merupakan data yang termudah untuk disimpan dan dikendalikan. Menggunakan teks dalam multimedia perlu mempertimbangkan pemakaian jenis huruf (*font*), ukuran huruf, dan gaya (*style*) hurufnya seperti warna, *bold*, *italic* (Munir, 2020).

Komponen kedua adalah audio. Audio merupakan segala sesuatu yang dapat didengar. Komponen audio dapat berupa *sound effect*, narasi, musik, *backsound*, dan lain-lain. Terdapat dua jenis audio yakni audio analog dan audio digital. Audio digital dapat menggunakan format *wav*, *wma*, *mp4*, *mp3*, dan lain-lain (Koderi, 2015)

Komponen ketiga adalah gambar. Gambar atau *image* juga dapat disebut raster, misalnya foto. Tampilan multimedia akan lebih menarik apabila menggunakan gambar, selain itu jika dibandingkan dengan menggunakan teks penggunaan gambar dapat mengatasi kebosanan.

Format gambar yang biasa digunakan adalah *jpg, jpeg, gif, bmp*, dan lain sebagainya.

Komponen keempat adalah animasi. Animasi adalah pergantian gambar satu ke gambar yang lain sehingga menciptakan suatu gerakan tertentu. Dalam definisi lain animasi merupakan seni dari gambar atau grafik yang menirukan gerakan dan berisikan penyamaan suara. Pada multimedia, animasi yaitu menggunakan komputer untuk membuat gerak pada layer dapat berupa animasi 2 dimensi atau 3 dimensi (Jabar et al., 2015).

Komponen kelima adalah video. Video dapat didefinisikan sebagai media atau alat yang dapat memberikan simulasi benda nyata. Simulasi ini dapat berupa gambar bergerak yang dapat menunjukkan ilusi atau fantasi. Selain memberikan simulasi, video juga dapat menyajikan informasi yang menarik, langsung dan efektif. Penggunaan video dapat memberikan kesan hidup bagi aplikasi multimedia yang dibuat (Munir, 2020).

Komponen keenam adalah interaktivitas. Komponen ini merupakan unsur krusial dalam multimedia interaktif. Jika teks, audio, gambar, dan video dapat ditampilkan melalui media lain seperti TV dan VCD player maka komponen interaktif hanya dapat ditampilkan di komputer. Komponen interaktif berfungsi mengontrol komponen-komponen lain seperti teks, audio, gambar atau video (Purba, 2019).

3. Pemanfaatan Multimedia Interaktif

Multimedia dapat menimbulkan kesan baru dalam mendapatkan informasi melalui kegiatan membaca. Kegiatan membaca melalui

multimedia akan lebih dinamis karena kata-katanya disajikan dalam ruang baru. Penyajian kata-kata yang berbeda ini dapat memicu diperiksanya topik materi yang luas. Selain itu dalam multimedia teks yang disediakan dapat dihidupkan melalui pemberian bunyi, gambar, musik, animasi dan video.

Multimedia dapat dimanfaatkan di berbagai bidang, salah satunya pada bidang pendidikan. Pendidikan sangat membutuhkan teknologi multimedia. Penyampaian bahan ajar berbantuan multimedia dapat menumbuhkan interaktivitas peserta didik. Peserta didik akan langsung mendapatkan pengalaman dengan menggunakan indera penglihatan dan pendengaran tentang apa yang dipelajarinya. Selain itu, peserta didik juga dapat memilih materi apa yang hendak dipelajari. Pada tampilan multimedia akan termuat teks materi/ subjek disertai gambar, suara, atau gambar hidup dari subjek yang dipelajari. Pengaruhnya adalah pembelajaran tidak akan terpisah-pisah serta kualitas hasil belajar peserta didik dapat mengalami peningkatan. Oleh karena itu diperlukan aplikasi pendidikan dengan bantuan komputer berbasis multimedia yang lebih komunikatif dan interaktif sehingga dapat disimpan dan diakses setiap saat bila diperlukan.

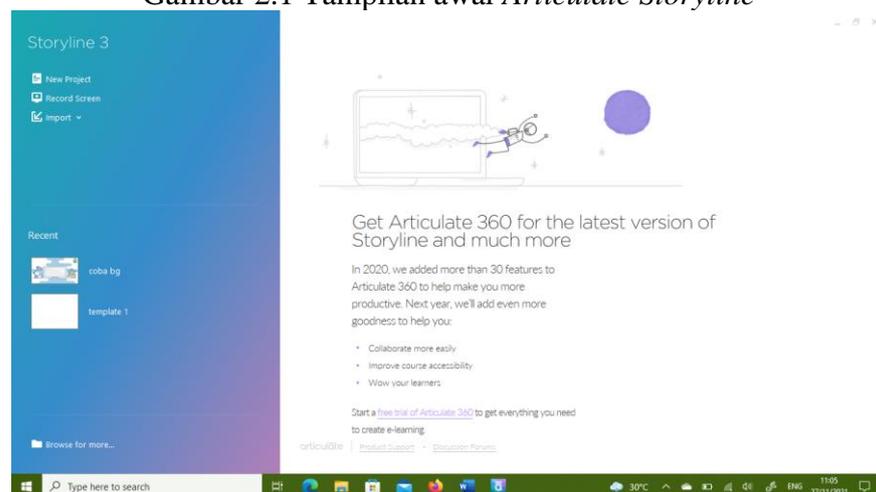
C. Articulate Storyline

1. Pengenalan *Articulate Storyline*

Articulate storyline 3 adalah salah satu multimedia *authoring tools* yang digunakan sebagai pembuat media pembelajaran interaktif berupa kombinasi teks, gambar, grafik suara, animasi, dan video. Hasil publikasi

articulate storyline 3 berupa media berbasis web (html5) atau berupa *application file* yang dapat dijalankan pada berbagai perangkat seperti laptop, tablet, maupun smartphone. *Articulate storyline 3* mudah untuk dipelajari, terutama untuk guru yang sudah mempunyai pengetahuan dalam membuat media pembelajaran menggunakan *Ms Power Point*, sebab *articulate storyline 3* memiliki karakteristik yang sangat mirip dengan *Ms Power Point*.

Gambar 2.1 Tampilan awal *Articulate Storyline*



(Sumber : Dokumentasi penulis)

2. Kerangka Articulate Storyline

Menurut Amiroh (2020) garis besar dari aplikasi *articulate storyline 3* memuat beberapa kerangka yang perlu dipahami. Suatu media yang dibuat menggunakan *articulate storyline 3* dapat disebut *project*. Sebuah *project* minimal terdiri dari satu *scene*. Pasangan satu *scene* dapat terdiri dari satu atau lebih *slide*. *Slide* berfungsi untuk menampilkan konten media pembelajaran. Satu *slide* dapat terdiri dari satu atau lebih *layer* yang berisi konten yang terdapat dalam media. *Layer* atau lapisan digunakan untuk memisahkan antar objek agar dapat dilakukan perlakuan sesuai

keinginan. Istilah kebebasan perlakuan ini disebut *trigger*. Media atau *project* yang telah dibuat memiliki format *file .story* atau dapat dikatakan bahwa *.story* adalah file mentahan dari *project* yang dibuat. Hasil publikasi (*publish*) dari file *.story* berupa file *html5/flash* (berbasis web) atau file aplikasi (berbasis dekstop).

3. Keunggulan Articulate Storyline

Articulate storyline 3 memiliki beberapa keunggulan dalam pembuatan media pembelajaran interaktif. Menurut Yasin et al., (2017) mengemukakan bahwa *articulate storyline 3* memiliki beberapa keunggulan, diantaranya mempunyai fungsi *flash* dalam membuat animasi dengan tampilan sederhana seperti *Power Point*. Fitur dalam *articulate storyline 3* yang lengkap dan mudah menjadikan aplikasi ini dapat digunakan sebagai multimedia interaktif. Aplikasi ini juga memfasilitasi beragam *template* yang dapat dimanfaatkan untuk merancang bentuk soal latihan atau soal tes. Selain itu, aplikasi ini memiliki keunikan yaitu terdapat menu seperti tombol *zoom* untuk memperbesar gambar, tombol tanya untuk melihat penjelasan lebih dalam dari materi, serta tombol navigasi yang berupa *next*, *back*, dan *submit* yang selalu berada dibawah layar dan sudah tersedia secara langsung pada media.

Sedangkan menurut Aprilia et al., (2021) bahwa hasil publikasi dari *articulate storyline 3* ini dapat dijalankan melalui desktop berupa file aplikasi dengan format “.exe”, melalui web browser dengan format HTML5, melalui smartphone android dengan mengkonversi menjadi “.apk”, dan melalui LMS (*Learning Management System*) seperti *Moodle*

dengan format “.scorm”. Ukuran hasil publikasi maupun konversi *apk* tidak terlalu besar sehingga ringan jika dipasang di *smartphone*.

D. Garis Besar Materi Lingkaran

Dalam penelitian ini materi lingkaran yang digunakan, yaitu konsep dan persamaan umum lingkaran, kedudukan titik dan garis pada lingkaran, kedudukan dua lingkaran, dan persamaan garis singgung lingkaran. Kajian tentang lingkaran pada tulisan ini merujuk pada buku Sukino (2016) dengan judul Matematika Untuk SMA/MA Kelas XI Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-Ilmu Alam penerbit Erlangga.

1. Konsep dan bentuk umum persamaan lingkaran

Lingkaran yaitu tempat kedudukan titik-titik pada suatu bidang yang berjarak sama terhadap sebuah titik tertentu. Jarak yang sama disebut jari-jari dan sebuah titik tertentu disebut titik pusat.

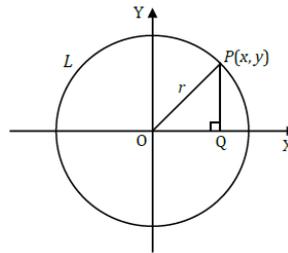
a. Persamaan Lingkaran berpusat di $O(0,0)$ dan jari-jari r

Lingkaran L berpusat di $O(0,0)$ dengan jari-jari r Misalkan titik $P(x,y)$ adalah sembarang titik yang terletak pada lingkaran L dan Jari-jari $OP = r$, apabila segitiga POQ siku-siku di Q , berdasarkan Teorema Pythagoras diperoleh:

$$OQ^2 + PQ^2 = OP^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Gambar 2.2 Lingkaran Pusat (0,0) dan jari-jari r

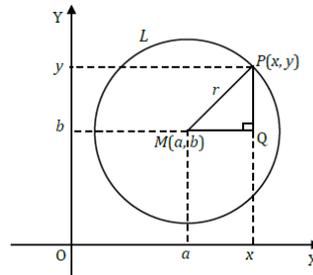


b. Persamaan Lingkaran Berpusat di $M(a, b)$ dan jari-jari r

Persamaan lingkaran yang berpusat di titik $M(a, b)$ dengan jari-jari r adalah

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Gambar 2.3 Lingkaran Pusat $M(a, b)$ dan jari-jari r



c. Persamaan Umum Lingkaran

Persamaan lingkaran dengan pusat (a, b) dan jari-jari r adalah $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Persamaan ini dapat diuraikan ke bentuk lain, yaitu:

$$\begin{aligned} (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 &\Leftrightarrow x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + (-2a)x + (-2b)y + (a^2 + b^2 - r^2) = 0 \end{aligned}$$

Misalkan :

$$A = -2a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}A$$

$$B = -2b \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2}B$$

$$C = a^2 + b^2 - r^2 \Leftrightarrow r^2 = a^2 + b^2 - C$$

$$\Leftrightarrow r^2 = \left(-\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}B\right)^2 - C$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

Diperoleh persamaan umum lingkaran : $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

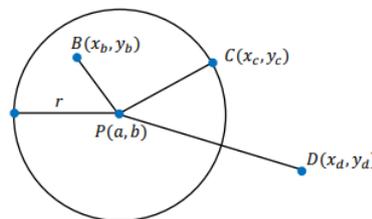
Dengan pusat $(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B)$ dan jari-jari $r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$

2. Kedudukan titik dan garis pada lingkaran

a. Kedudukan Titik Terhadap Lingkaran

Pada gambar disamping Titik B terletak di dalam lingkaran, C pada lingkaran, dan D di luar lingkaran. Kedudukan sebuah titik terhadap lingkaran dapat kita tentukan dengan cara membandingkan jarak titik tersebut ke pusat lingkaran dengan panjang jari-jari lingkaran

Gambar 2. 4 Kedudukan titik terhadap lingkaran



(1) Titik B di dalam lingkaran

Apabila $PB < r$, sehingga $(x_b - a)^2 + (y_b - b)^2 < r^2$

(2) Titik C pada lingkaran

Apabila $PC = r$, sehingga $(x_c - a)^2 + (y_c - b)^2 = r^2$

(3) Titik D di luar lingkaran

Apabila $PD > r$, sehingga $(x_d - a)^2 + (y_d - b)^2 > r^2$

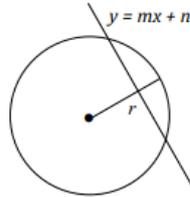
b. Kedudukan Garis Terhadap Lingkaran

Kedudukan garis terhadap lingkaran ditentukan oleh nilai diskriminan

$(D = b^2 - 4ac)$ persamaan kuadrat sekutu antara garis dan lingkaran, jika:

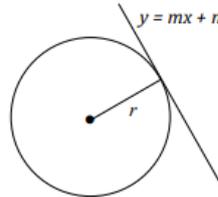
- (1) Gambar 2.5 menunjukkan garis $y = mx + n$ memotong lingkaran pada dua titik, dengan $D > 0$

Gambar 2.5 Garis memotong lingkaran pada dua titik



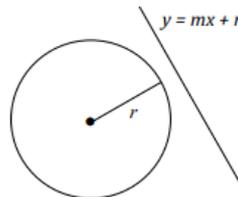
- (2) Gambar 2.6 menunjukkan garis $y = mx + n$ menyinggung lingkaran pada satu titik, dengan $D = 0$

Gambar 2.6 garis menyinggung lingkaran pada satu titik



- (3) Gambar 2.7 menunjukkan garis $y = mx + n$ tidak memotong lingkaran, dengan $D < 0$.

Gambar 2.7 garis tidak memotong lingkaran



3. Persamaan garis singgung lingkaran

Penentuan persamaan garis singgung lingkaran merupakan pengembangan posisi garis yang menyinggung lingkaran. Garis itu disebut *garis singgung lingkaran*. Penentuan persamaan garis singgung lingkaran melibatkan persamaan lingkaran dan ketiga unsur tambahan, antara lain :

- a. Titik singgung $T(x_1, y_1)$ telah ditentukan, terdapat tiga keadaan yang akan dijelaskan pada tabel berikut,

Tabel 2.1 Rumus Persamaan Garis Singgung Lingkaran

No	Keadaan	Rumus Persamaan Garis Singgung Lingkaran
1.	Pusat $O(0,0)$ dan jari-jari r	$x_1x + y_1y = r^2$
2.	Pusat $A(a, b)$ dan jari-jari r	$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$
3.	Bentuk umum : $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$x_1x + y_1y + \frac{A}{2}(x + x_1) + \frac{B}{2}(y + y_1) + C = 0$

- b. Gradien garis singgung (m) telah ditentukan

Tabel 2.2 Rumus Persamaan Garis Singgung Lingkaran Jika Gradien diketahui

No	Keadaan	Rumus Persamaan Garis Singgung Lingkaran
1.	pusat $O(0,0)$ dan jari-jari r pada $L \equiv x^2 + y^2 = r^2$	$y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
2.	Pusat $A(a,b)$ dan jari-jari r pada $L \equiv (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$	$(y - b) = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$

- c. Sebuah titik di luar lingkaran telah ditentukan

Tabel 2.3 Rumus Persamaan Garis Singgung Lingkaran Jika diketahui titik lain

No	Persamaan Lingkaran	Persamaan Garis Polar
1.	$x^2 + y^2 = r^2$	$x_1x + y_1y = r^2$
2.	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$	$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$
3.	$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$	$x_1x + y_1y + \frac{A}{2}(x + x_1) + \frac{B}{2}(y + y_1) + C = 0$

4. Kedudukan dua lingkaran

Misalkan terdapat dua buah lingkaran L_1 dan L_2 , dimana

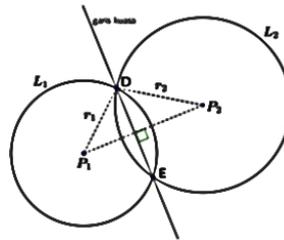
$$L_1 \equiv x^2 + y^2 + A_1x + B_1y + C = 0$$

$$L_2 \equiv x^2 + y^2 + A_2x + B_2y + C = 0$$

Kedudukan dari kedua lingkaran L_1 dan L_2 ada beberapa kemungkinan, yaitu :

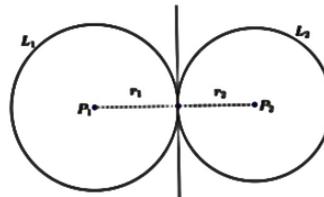
- a. Gambar 2.8 menunjukkan Lingkaran L_1 dan L_2 berpotongan di dua titik, D dan E . Segmen garis DE disebut tali busur sekutu. Perhatikan segitiga DP_1P_2 . Dalam ketaksamaan segitiga diketahui bahwa jumlah dua sisi segitiga selalu lebih besar dari pada sisi ketiganya. Berdasarkan hal tersebut, maka dua lingkaran berpotongan jika jarak $P_1P_2 < r_1 + r_2$.

Gambar 2.8 Dua Lingkaran Berpotongan



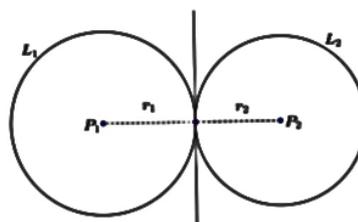
- b. Pada gambar 2.9 adalah dua lingkaran yang saling bersinggungan luar. Hal ini dapat terjadi jika jarak antara kedua pusat lingkaran sama dengan jumlah jari-jari kedua lingkaran, yaitu $P_1P_2 = r_1 + r_2$.

Gambar 2.9 Dua Lingkaran Bersinggungan luar



- c. Pada gambar 2.10 adalah dua lingkaran yang saling bersinggungan luar. Hal ini dapat terjadi jika jarak antara kedua pusat lingkaran sama dengan jumlah jari-jari kedua lingkaran, yaitu $P_1P_2 = r_1 + r_2$.

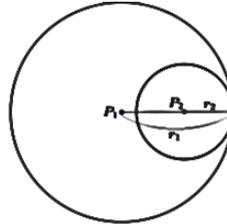
Gambar 2.10 Dua Lingkaran Bersinggungan luar



- d. Pada gambar 2.11 di bawah ini adalah dua lingkaran yang saling bersinggungan dalam. Hal ini dapat terjadi jika jarak antara kedua pusat lingkaran sama dengan selisih jari-jari kedua lingkaran tersebut.

$$P_1P_2 = |r_1 - r_2|$$

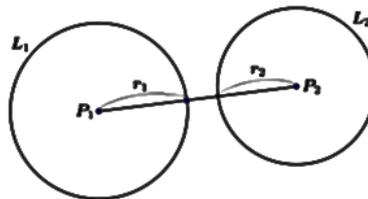
Gambar 2.11 Dua Lingkaran Bersinggungan dalam



- e. Pada gambar 2.12 di bawah ini adalah dua lingkaran yang tidak berpotongan atau bersinggungan. Hal ini dapat terjadi jika jarak antara kedua pusat lingkaran lebih besar daripada jumlah jari-jari kedua lingkaran tersebut.

$$P_1P_2 > r_1 + r_2$$

Gambar 2.12 Dua Lingkaran tidak saling bersinggungan

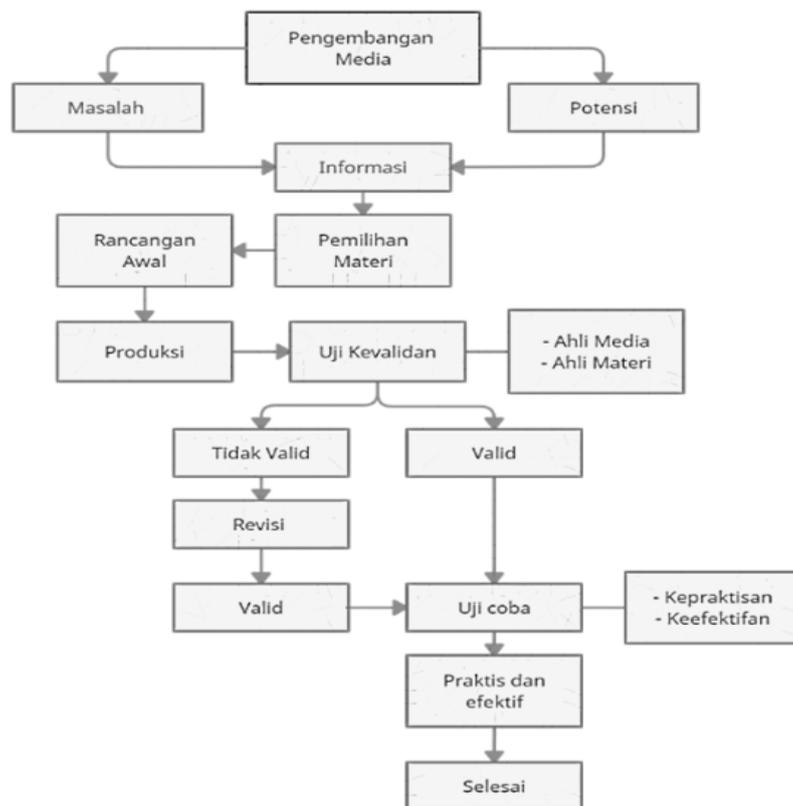


E. Kriteria Hasil Pengembangan

Pada penelitian pengembangan, perlu adanya penilaian kualitas hasil pengembangan. Penilaian ini akan menentukan tingkat ketercapaian tujuan penelitian pengembangan. Menurut Nieveen (dalam Rochmad, 2012) bahwa dalam hasil penelitian dan pengembangan perlu memenuhi kategori kelayakan yaitu kevalidan, kepraktisan, dan keefektifan. Validitas dalam suatu penelitian pengembangan terdiri dari validitas isi dan validitas konstruk. Validitas

mengarah pada tingkat desain hasil pengembangan yang didasarkan pada pengetahuan *state-of-the art* (validitas isi) dan berbagai macam komponen pada media yang berkaitan satu dengan lainnya (validitas konstruk). Sedangkan kepraktisan mengacu pada hasil pengembangan dapat digunakan dan disenangi oleh pengguna (atau pakar-pakar lainnya) dalam kondisi normal. Kepraktisan berarti semua hal yang memudahkan, membuat senang, serta menghemat waktu dalam menggunakan suatu bahan ajar.

Gambar 2.13 Kerangka Berpikir



(Sumber : telah diolah kembali)