

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar belakang

Persamaan diferensial adalah persamaan yang menyatakan hubungan antara suatu fungsi yang tidak diketahui, dengan satu atau lebih turunan dari fungsi tersebut (Murtafi'ah & Apriandi, 2018). Persamaan diferensial digunakan untuk memodelkan perubahan dalam populasi atau dalam sistem fisika, serta penggunaan fungsi dan persamaan untuk menggambarkan hubungan antara variabel. Misalnya, dalam ekologi, model matematika digunakan untuk memprediksi pertumbuhan populasi hewan atau tanaman berdasarkan faktor-faktor seperti laju kelahiran, kematian, dan migrasi. (M.Usman & Puspaprawati, 2024). Persamaan diferensial biasa (*ordinary differential equations*, ODE) digunakan dalam mekanika untuk memodelkan gerak partikel, sementara persamaan diferensial parsial (*partial differential equations*, PDE) sering digunakan dalam bidang fisika dan teknik untuk mempelajari fenomena yang melibatkan beberapa variabel, seperti aliran fluida dan gelombang.

Persamaan diferensial tidak hanya melulu tentang teori, tetapi juga memiliki banyak penerapan yang dapat dilakukan. Dalam bidang teknik, misalnya, insinyur memanfaatkan persamaan ini untuk merancang sistem kontrol dan memprediksi perilaku struktur. Di bidang kesehatan, persamaan diferensial digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit (Side et al., 2021). Oleh karena itu, pemahaman tentang persamaan diferensial sangat penting bagi ilmuwan, insinyur, dan profesional di berbagai disiplin ilmu, karena memberikan alat untuk menganalisis dan menyelesaikan masalah kompleks yang dihadapi di dunia nyata.

Persamaan diferensial banyak digunakan juga untuk mempelajari fenomena biologis termasuk proses migrasi, kelahiran, dan kematian, seperti dinamika populasi ekologis dan inovasi populasi sel biologis (Natasya et al., 2024). Model pertumbuhan eksponensial dan *logistic* adalah dua model pertumbuhan yang sering dipakai untuk memprediksi pertumbuhan populasi. Model eksponensial diperkenalkan oleh Thomas Malthus, yang menyatakan bahwa jumlah penduduk bias bertambah secara eksponensial, yaitu dengan laju tetap setiap tahunnya. Sementara itu, model *logistic* digunakan untuk memperkirakan perubahan jumlah penduduk dari waktu ke waktu, dengan asumsi bahwa pertumbuhan populasi akan melambat seiring

waktu hingga mencapai batas maksimum. Batas ini dipengaruhi oleh laju pertumbuhan dan daya tampung lingkungan. Maka dari itu model *logistic* ini menggambarkan bagaimana populasi tumbuh cepat pada tahap awal, namun kemudian melambat dan mendekati batas kapasitas lingkungan.

Dalam ekonomi, persamaan diferensial berperan dalam menganalisis perubahan variabel ekonomi seiring waktu, seperti inflasi, investasi, dan konsumsi (Ainullah et al., 2019). Contohnya, model pertumbuhan ekonomi sering kali menggunakan persamaan diferensial untuk menggambarkan bagaimana faktor-faktor seperti tabungan dan kemajuan teknologi mempengaruhi pertumbuhan produk domestik bruto (PDB). Dengan memahami hubungan ini, ekonom dapat membuat prediksi yang lebih akurat dan merancang kebijakan yang efektif untuk mendukung pertumbuhan ekonomi yang berkelanjutan.

Pada bidang biologi, salah satu kegunaan model matematika adalah untuk mengetahui jumlah populasi yang ada dalam beberapa waktu mendatang. Berdasarkan waktu, model pertumbuhan populasi dapat dibagi menjadi dua yaitu, model pertumbuhan populasi diskrit dan model pertumbuhan populasi kontinu. Model pertumbuhan populasi diskrit menggambarkan perubahan jumlah individu dalam populasi pada waktu-waktu tertentu yang terpisah (diskrit), misalnya setiap tahun atau setiap generasi. Dalam model ini, perubahan jumlah individu hanya terjadi pada waktu yang sudah ditentukan. Sedangkan dalam model pertumbuhan populasi kontinu menggambarkan perubahan jumlah individu dalam populasi secara terus-menerus sepanjang waktu. Populasi yang digunakan adalah populasi dengan ciri-ciri bereproduksi terus menerus dan generasi tumpang tindih (Nurulita, 2016).

Model pertumbuhan populasi kontinu terdiri dari model pertumbuhan eksponensial dan logistik. Model eksponensial tidak memiliki batasan sehingga pertumbuhan penduduk akan selalu mengalami peningkatan sampai tak terhingga. Sedangkan pada model pertumbuhan logistik, model ini memasukkan batas untuk populasinya sehingga jumlah populasi tidak akan tumbuh secara tak terhingga (Nurulita, 2016). Menurut (Rosiyanti & Sugandha, 2022) model pertumbuhan *logistic* digunakan untuk menghitung nilai laju pertumbuhan dan daya dukung lingkungan (*carrying capacity*) dengan menggunakan data jumlah penduduk. Model pertumbuhan logistik merupakan pendekatan yang lebih realistis

untuk memprediksi pertumbuhan penduduk karena mempertimbangkan batasan sumber daya yang tersedia. Dalam model ini, laju pertumbuhan populasi tidak hanya dipengaruhi oleh jumlah individu saat ini, tetapi juga kapasitas maksimum lingkungan yang dapat mendukung populasi tersebut. Persamaan diferensial yang digunakan dalam model *logistic* dituliskan sebagai $\frac{dP}{dt} = rP(1 - \frac{P}{K})$, dimana P adalah populasi saat ini, r adalah laju pertumbuhan, dan K adalah kapasitas maksimum populasi. Dengan model ini, populasi akan tumbuh secara eksponensial ketika masih jauh dari kapasitas maksimum, namun laju pertumbuhannya akan melambat seiring mendekati nilai K.

Penggunaan model logistik dalam memprediksi pertumbuhan penduduk sangat berguna untuk perencanaan kebijakan publik dan pengelolaan sumber daya. Model ini memungkinkan pengambil keputusan untuk memahami bagaimana pertumbuhan populasi dapat terpengaruh oleh berbagai faktor, seperti ketersediaan makanan, tempat tinggal, dan layanan kesehatan. Dengan memperhitungkan kapasitas maksimum, pemerintah dapat merencanakan strategi yang lebih efektif untuk mengelola pertumbuhan penduduk, seperti pengembangan infrastruktur, peningkatan pelayanan kesehatan, dan program pendidikan, sehingga masyarakat dapat berkembang secara berkelanjutan tanpa mengorbankan kualitas hidup.

Memprediksi pertumbuhan penduduk sangat krusial, salah satunya untuk membantu pembuatan kebijakan dalam merancang strategi pengelolaan yang efektif untuk mendukung keberlanjutan suatu populasi (Harahap, 2024). Dengan mengetahui tren dan proyeksi jumlah penduduk, pemerintah dan pihak terkait dapat menyusun strategi yang tepat untuk memenuhi kebutuhan dasar masyarakat, termasuk dalam bidang pendidikan, kesehatan, dan infrastruktur. Contohnya, jika ada ramalan akan terjadinya peningkatan populasi di suatu area, pemerintah dapat berinisiatif untuk mendirikan sekolah dan rumah sakit lebih banyak, serta meningkatkan layanan publik lainnya.

Selain itu, manfaat dari memprediksi sebuah kasus misalnya memprediksi fenomena alam sedimentasi sungai, adalah untuk mengambil sebuah keputusan demi mempertahankan kelestarian lingkungan bagi generasi mendatang (Pramono et al., 2024). Sehingga dengan memahami potensi pertumbuhan baik populasi maupun alam, dapat mengambil keputusan

seperti, merencanakan penggunaan lahan, air, dan energi secara lebih efisien, serta siap menghadapi berbagai masalah yang mungkin muncul, seperti kemacetan dan polusi. Melalui pemodelan yang tepat, pemerintah dapat mengembangkan kebijakan yang mendukung keberlanjutan dan meningkatkan kualitas hidup masyarakat, sembari menjaga keseimbangan ekosistem.

Semua daerah sebenarnya dapat menerapkan pendekatan ini, dan penelitian ini memilih untuk menggunakan pendekatan di daerah Kabupaten Ponorogo. Karena Kabupaten Ponorogo terkenal dengan budaya kesenian Reog Ponorogo yang menjadi salah satu bentuk seni tradisional yang sangat khas dan menjadi simbol kebanggaan daerah tersebut. Ponorogo juga memiliki potensi pariwisata yang berkembang, terutama dalam sektor wisata budaya. Pada sektor wisata budaya Ponorogo mempunyai kesenian Reog Ponorogo, Wayang Kulit Purwa, Jaranan Thek (Admin Wonderful Indonesia, 2024). Hal ini lah yang melatar belakangi pemilihan daerah yang akan diteliti oleh peneliti.

Kabupaten Ponorogo merupakan salah satu kabupaten yang terletak di Provinsi Jawa Timur, kurang lebih 200 Km sebelah barat daya kota Surabaya, dan 800 Km dengan ibu kota Negara Indonesia (Jakarta). Kabupaten Ponorogo terletak pada $111^{\circ}7'$ hingga $111^{\circ}52'$ Bujur Timur dan $7^{\circ}49'$ hingga $8^{\circ}20'$ Lintang Selatan (Admin Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2024). Berdasarkan hasil sensus penduduk 2022, jumlah penduduk Kabupaten Ponorogo adalah 964.253 jiwa. Kondisi topografi Kabupaten Ponorogo bervariasi mulai dataran rendah sampai pegunungan. Sebagian besar wilayah kabupaten Ponorogo yaitu 79 % terletak di ketinggian kurang dari 500 m di atas permukaan laut, 14,4% berada di antara 500 hingga 700 m di atas permukaan laut dan sisanya 5,9% berada pada ketinggian di atas 700 m. Secara topografis dan klimatologis, Kabupaten Ponorogo merupakan dataran rendah dengan iklim tropis yang mengalami dua musim kemarau dan musim penghujan. Bila dilihat menurut luas wilayahnya, Kecamatan yang memiliki wilayah terluas (di atas 100 km^2) secara berturut-turut adalah Kecamatan Ngrayun, Kecamatan Pulung dan Kecamatan Sawo (Admin Universitas Muhammadiyah Ponorogo, 2024).

Jumlah penduduk yang besar dan dengan laju pertumbuhan yang tinggi dapat menjadi persoalan bagi pemerintah maupun masyarakat. bagi pemerintah, jumlah penduduk

yang besar dapat membawa dampak seperti besarnya penyediaan bahan pangan, besarnya anggaran untuk pendidikan, kesehatan dan penyediaan sarana prasarana lainnya seperti rumah sakit, gedung sekolah, taman, dan lain-lain. sementara bagi masyarakat, besarnya jumlah penduduk dan laju pertumbuhan yang tinggi dapat konsekuensi terhadap sulitnya mencari pekerjaan, mahal nya harga-harga bahan pangan, biaya pendidikan, biaya kesehatan, dan banyaknya permasalahan sosial akibat dari banyaknya pengangguran dan sebagainya. dan berdasarkan pernyataan dari Kepala Bidang Keluarga Berencana/Keluarga Sejahtera, Badan Pemberdayaan Masyarakat Pemerintahan Desa Perempuan dan Keluarga Berencana atau disingkat Ka Bid KB-KS BPMPDPKB Kabupaten Kulon Progo Drs. R Yudono Hindri Atmoko, bahwa jumlah penduduk indonesia berdasarkan Sensus Penduduk tahun 2010 adalah 237,6 juta jiwa dengan laju pertumbuhan penduduk (LPP) 1,49 persen per tahun. dengan laju pertumbuhan penduduk sebesar 1,49% maka pada tahun 2045 jumlah penduduk indonesia mencapai 450 juta jiwa. Dengan perkiraan jumlah penduduk dunia pada tahun tersebut 9 milyar jiwa, maka pada tahun itu setiap 20 orang di dunia ini maka salah satunya adalah orang Indonesia (Admin Dinas Pemberdayaan Masyarakat dan Desa Pengendalian Penduduk dan Keluarga Berencana, 2024)

Maka dari itu menurut Drs. R Yudono Hindri Atmoko, selaku a Bid KB-KS BPMPDPKB Kabupaten Kulon Progo melakukan sosialisasi tentang dampak kependudukan pada masyarakat sangat diperlukan agar masyarakat memiliki kesadaran yang cukup bahwa memiliki anak yang banyak akan menambah beban pemerintah dan masyarakat. Dengan kesadaran tersebut diharapkan keluarga khususnya Pasangan Usia Subur (PUS) dapat merencanakan jumlah anaknya dengan baik dengan cara mengikuti anjuran pemerintah dua anak cukup. dan hal ini sejalan dengan Peraturan Bupati Ponorogo Nomor 66 tahun 2024 dimana peraturan tersebut merupakan perubahan dari peraturan Bupati Ponorogo Nomor 63 Tahun 2018 terkait pencegahan perkawinan pada usia anak. dimana peraturan yang sekarang menjelaskan tentang pernikahan seseorang yang belum berusia 18 (delapan belas) tahun maka dilarang melakukan pernikahan. dan dijelaskan juga di peraturan tersebut mengenai usia minimal menikah bagi laki-laki maupun perempuan, yaitu 19 (sembilan belas) tahun tapi

calon pengantin harus mengurus surat dispensasi menikah di pengadilan agama (Peraturan Bupati Ponorogo Nomor 66 Tahun 2024, 2024).

Selain perubahan peraturan terkait pencegahan perkawinan usia dini atau usia anak tersebut, pemerintah kabupaten ponorogo juga membuat peraturan mengenai lalu lintas dan juga transportasi. Pada Peraturan Daerah Kabupaten Ponorogo Nomor 1 tahun 2020 tentang penyelenggaraan jalan dan pengaturan lalu lintas, yang berisi mengenai ketentuan umum dalam berlalu lintas, asas dan tujuan peraturan tersebut, kewenangan Pemerintah Daerah Kabupaten Ponorogo, penyelenggaraan jalan, perencanaan pembangunan jalan, dan terkait proses pembangunan jalannya. Pemerintah Daerah mengatur yang bertujuan untuk mewujudkan ketertiban dan kepastian Hukum dalam penyelenggaraan jalan dan pengaturan lalu lintas, dan mewujudkan sistem jaringan jalan yang berdaya guna dan berhasil guna untuk mendukung terselenggaranya sistem transportasi yang terpadu (Peraturan Daerah (Perda) Kabupaten Ponorogo Nomor 1 Tahun 2020 Tentang Penyelenggaraan Jalan Dan Pengaturan Lalu Lintas, 2020).

Namun, di lapangan, salah satu permasalahan utama yang terjadi di Kabupaten Ponorogo adalah kerusakan infrastruktur jalan, terutama di sejumlah ruas jalan utama yang menjadi akses penting antar kecamatan. Dari total panjang 916,11Km jalan kabupaten, tercatat 277,03 Km atau 30,24% dalam kondisi rusak(N, 2025). Kerusakan jalan semakin cepat terjadi akibat meningkatnya volume kendaraan bermotor, baik dari warga lokal maupun kendaraan angkutan barang dari wilayah tetangga yang melintasi jalan-jalan di Ponorogo. Selain itu pertumbuhan penduduk Kabupaten Ponorogo yang cukup signifikan turut memberikan tekanan pada infrastruktur yang ada. Peningkatan populasi menyebabkan tingkat kemacetan meningkat, alih fungsi lahan pertanian menjadi pemukiman, serta beban tambahan pada layanan publik seperti air bersih, sanitasi, fasilitas kesehatan dan pendidikan.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk model persamaan diferensial untuk memprediksi jumlah penduduk Kabupaten Ponorogo menggunakan metode logistik?

2. Berapa prediksi jumlah penduduk kabupaten ponorogo pada jangka waktu 5 tahun kedepan?
3. Bagaimana akurasi model persamaan diferensial untuk memprediksi jumlah penduduk Kabupaten Ponorogo menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)?

C. Tujuan Penelitian

1. Menyusun dan mengembangkan model persamaan diferensial untuk memprediksi jumlah penduduk Kabupaten Ponorogo menggunakan metode *logistic*.
2. Memprediksi jumlah penduduk kabupaten ponorogo untuk jangka waktu 5 tahun kedepan menggunakan model persamaan diferensial logistik.
3. Mengevaluasi akurasi model persamaan diferensial dalam memprediksi jumlah penduduk Kabupaten Ponorogo menggunakan MAPE.

D. Manfaat Penelitian

1. Manfaat teoritis
 - a. Untuk mempelajari dan mengembangkan ilmu tentang penggunaan matematika dalam memprediksi pertumbuhan penduduk (demografi).
 - b. Untuk mengetahui model prediksi jumlah penduduk Kabupaten Ponorogo di tahun-tahun mendatang.
 - c. Sebagai bahan referensi untuk penelitian selanjutnya.
 - d. Untuk memahami bagaimana model matematika bias digunakan dalam memprediksi masalah social-ekonomi, terutama yang berkaitan dengan kependudukan.
2. Manfaat Praktis
 - a. Membantu pemerintah Kabupaten Ponorogo dalam mengidentifikasi kebijakan dan perencanaan pembangunan yang lebih bermanfaat dan tepat sasaran, berdasarkan prediksi jumlah penduduk yang lebih akurat.
 - b. Memberikan dasar ilmu untuk membantu pemerintah menentukan pengambilan keputusan terkait pembagian sumber daya, seperti pembangunan infrastruktur, fasilitas kesehatan, pendidikan, dan perumahan di Kabupaten Ponorogo.

E. Ruang Lingkup/ Batasan Penelitian

1. Objek Penelitian

- a. Penelitian ini difokuskan pada penduduk Kabupaten Ponorogo, mencakup seluruh kecamatan yang ada di wilayah tersebut.
- b. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data total jumlah penduduk ponorogo untuk membangun model persamaan diferensial

2. Batasan Waktu

- a. Penelitian ini akan menggunakan data aktual atau data historis penduduk dari tahun 2012 sampai 2023 data sensus pemda ponorogo.
- b. Prediksi penduduk akan dilakukan untuk periode jangka pendek 5 tahun kedepan, dimana hal ini disesuaikan dengan satu masa jabatan bupati setiap daerah.

3. Aspek Matematika dan Pemodelan

- a. Penelitian ini akan berfokus pada penerapan model persamaan diferensial sederhana, seperti model pertumbuhan eksponensial atau *logistic*, sesuai dengan karakteristik data yang diperoleh.
- b. Studi juga akan membahas asumsi-asumsi dasar yang digunakan dalam model persamaan diferensial serta bagaimana asumsi tersebut mempengaruhi hasil prediksi.
- c. Nilai K (*carrying capacity*) kita asumsikan bernilai satu juta, $K = 965.000$. karena setelah tahun ke-10 (2022), jumlah penduduk tidak meningkat dan bahkan menurun. Ini menunjukkan bahwa penurunan populasi tersebut kemungkinan dikarenakan mendekati batas kapasitas K , karena P_t tidak mungkin lebih dari nilai K .

4. Batasan Metode

- a. Penelitian ini bersifat kajian teori mengenai penerapan atau aplikasi persamaan diferensial pada kehidupan nyata. Dalam hal ini berkaitan dengan prediksi pertumbuhan penduduk.

- b. Validasi model matematika dilakukan dengan salah satu pengukuran yang dikenal tersebut adalah *Mean Absolute Percentage Error* atau biasa disebut MAPE.

5. Keterbatasan Penelitian

- a. Penelitian ini tidak akan mempertimbangkan faktor-faktor eksternal seperti perubahan kebijakan nasional atau bencana alam yang dapat secara drastis mempengaruhi jumlah penduduk.
- b. Model persamaan diferensial yang digunakan tidak mencakup variabel-variabel yang mempengaruhi dinamika penduduk kabupaten ponorogo.

F. Penelitian Terdahulu

Banyak penelitian sebelumnya yang sudah membahas penggunaan persamaan diferensial untuk memperkirakan pertumbuhan penduduk di suatu daerah dalam jangka waktu tertentu, seperti yang terlihat pada tabel berikut ini:

Tabel 1.1 Tabel Penelitian Terdahulu

NO	Peneliti/Judul/tahun	Persamaan	Perbedaan
1	Yafet Kala Pandu / Prediksi Penduduk Kabupaten Alor dengan Menggunakan Model Pertumbuhan Logistik pada Beberapa Tahun Mendatang / 2020	Menggunakan model pertumbuhan <i>logistic</i>	penggunaan hasil prediksi penduduk untuk membuat kebijakan baru terkait peningkatan penduduk tersebut. selain itu populasi yang

			diprediksi berbeda.
2	Rosiyanti dan agus sugandha / Aplikasi model pertumbuhan <i>logistic</i> dalam menentukan proyeksi penduduk di kabupaten banyumas / 2022	penggunaan model matematika yang sama yaitu model pertumbuhan logistik.	populasi yang digunakan untuk diprediksi berbeda. kemudian penelitian ini terbatas sampai hasil prediksi diperoleh, dan tidak ada tindak lanjut mengenai hasil prediksi tersebut.
3	Nova Andini / Aplikasi Persamaan Diferensial Dalam Estimasi Pertumbuhan Penduduk Di Kota Kediri Sebagai Implementasi Target SDGs 2030 / 2021	Model pertumbuhan logistic, pengukuran akurasi prediksi sama-sama menggunakan MAPE.	Tempat yang diteliti

4	Nabila Asyiqotur Rohmah/ Aplikasi Model Pertumbuhan Logistik untuk Estimasi Jumlah Penduduk Kabupaten Ponorogo /2024	Model pertumbuhan logistik	Sumber data. Jangka waktu prediksi, metode mengukur akurasi hasil prediksi.
---	--	----------------------------	--

Berdasarkan beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, maka dalam penelitian yang akan dilakukan ini peneliti menggunakan model pertumbuhan *logistic* dimana melalui perbandingan antara dua model pertumbuhan untuk memprediksi pertumbuhan suatu populasi, model pertumbuhan *logistic* dinilai sebagai model pertumbuhan yang paling akurat jika dibandingkan dengan model pertumbuhan eksponensial. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah pada subjek penelitiannya, dimana subjek penelitian ini merupakan penduduk kabupaten ponorogo dengan data yang digunakan adalah pada tahun 2012 hingga 2023.

G. Definisi Istilah/Operasional

1. Persamaan diferensial adalah persamaan yang menyatakan hubungan antara suatu fungsi yang tidak diketahui, dengan satu atau lebih turunan dari fungsi tersebut (Murtafi'ah & Apriandi, 2018)

P_t = Jumlah populasi penduduk pada saat t

P_0 = Jumlah populasi penduduk di saat $t = 0$

K = Daya tampung dari suatu daerah untuk populasi

r = Laju pertumbuhan penduduk

t = Waktu

2. MAPE (Mean Absolute Percentage Error), yaitu metode statistik yang menunjukkan tingkat kesalahan dalam bentuk persentase

X_t : populasi sebenarnya pada waktu t

$\bar{X}_t$: proyeksi populasi pada waktu t

N : jumlah observasi dari masing- masing populasi

3. Model pertumbuhan logistik merupakan model pertumbuhan populasi yang mana dari waktu ke waktu mengalami peningkatan ataupun penurunan yang menuju titik kesetimbangannya atau terbatas pada kapasitas daya tampungnya