

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Kemampuan Penalaran Matematis

1. Pengertian

Menurut Wahyudi kemampuan dalam penalaran sangat penting untuk memahami matematika (Wahyudin, 2008). Sehubungan dengan NCTM (*National Council of Teacher Mathematics*) ada lima standart kemampuan matematis yang wajib ada dalam diri siswa, salah satunya yaitu kemampuan penalaran (*reasoning*)(Sumartini, 2015). Menurut Sofyana dan Kusuma (2018), penalaran merupakan suatu proses berpikir yang dilakukan dengan tujuan untuk mengambil suatu kesimpulan dari sesuatu yang dianggap benar. Penalaran juga dapat didefinisikan dengan proses berpikir yang dengan karakteristik khusus berupa pola pikir logis atau dapat dikatakan bahwa proses berpikir bersifat analitis. Pola berpikir logis memiliki arti berpikir dengan memakai logika tertentu, sedangkan pola berpikir analitis adalah akibat yang didapat dari pola pikir tertentu (Subanji, 2011). Kemampuan penalaran merupakan kesanggupan seseorang untuk berpikir dengan ciri kas tertentu yang dapat berupa pola pikir logis atau analitis.

Menurut Wade dan Tavis (Wade & Tavis, 2007) penalaran adalah suatu kegiatan yang berhubungan dengan mental yang melibatkan penggunaan berbagai informasi yang bertujuan untuk mencapai suatu kesimpulan. Penalaran juga mengharuskan untuk menggambarkan secara detail hasil yang diperoleh dari observasi, fakta atau dugaan. Menurut Suriasumantri (2009) penalaran merupakan proses berpikir dalam mengambil kesimpulan yang mengandung pengetahuan. Penalaran dilakukan melalui proses berpikir yang menghubungkan dengan konsep matematika selanjutnya ditarik kesimpulan menjadi sebuah pernyataan baru.

Menurut Gardner penalaran matematis yaitu kemampuan untuk menganalisis, menggeneralisasi, mensintesis/mengintegrasikan,

memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan masalah secara tidak rutin(Yudhanegara, 2015). Penalaran matematis diperlukan siswa untuk memilih suatu argumen matematika yang bersifat benar atau salah serit berguna sebagai pembangun argumen dalam matematika(Kusumawardani dkk., 2018).

Mengenai penalaran dalam matematika, NCTM (2000) menyatakan bahwa standar penalaran dan pembuktian yaitu

1. Mengenal penalaran pembuktian sebagai aspek dasar matematika;
2. Membuat dan menginvestigasi urutan matematika;
3. Mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan pembuktian matematika;
4. Memilih dan menggunakan penalaran dan metode yang bervariasi dalam pembuktian.

Keberhasilan pembelajaran matematika sangat dipengaruhi oleh kemampuan penalaran matematis karena terdapat keterkaitan antara penalaran dan matematika. Sumartini mengatakan bahwa kemampuan penalaran matematis merupakan kebiasaan otak, serta kebiasaan-kebiasaan lain yang harus terus dikembangkan di berbagai lingkungan, mengingat penalaran dan pembuktian merupakan aspek dasar matematika (Sumartini, 2015). Sementara itu, menurut Sofyana dan Kusuma, kemampuan penalaran matematis mengacu pada kemampuan siswa untuk menarik kesimpulan berdasarkan berbagai pernyataan matematis(Sofyana & Kusuma, 2018).

Berdasarkan beberapa sudut pandang di atas, secara umum dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis adalah kemampuan siswa untuk menarik kesimpulan melalui proses berpikir menyajikan pernyataan matematis, mengajukan dugaan, menyusun bukti, memeriksa kebenaran atau argumen, dan menemukan pernyataan matematika baru yang didasarkan pada pernyataan sebelumnya.

2. Indikator Kemampuan Penalaran Matematis

NCTM (2000) mengelaborasi indikator-indikator kemampuan penalaran matematis, tetapi tidak merinci, hanya menggunakan garis besar tujuan pembelajaran matematika, indikator-indikator kemampuan penalaran meliputi:

1. Mengajukan dugaan,
2. Melakukan manipulasi matematika,
3. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi,
4. Menarik kesimpulan dan pernyataan
5. Memeriksa kesahihan suatu argumen,
6. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematika untuk membuat generalisasi

Sedangkan menurut Sumarno yang dikutip dari Maulyda (2020), indikator kemampuan penalaran matematis adalah 1) Menarik kesimpulan logis; 2) Memberikan penjelasan model, fakta, atribut dan hubungan; 3) Memperkirakan jawaban dan proses penyelesaian; 4) Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis; 5) Menyusun dan mengkaji konjektur; 6) Merumuskan lawan mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas argumen; 7) Menyusun argumen yang valid; dan menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan menggunakan induksi matematis.

Sugeng dan Labulan (Sugeng & P.M., 2018) menyarankan agar tes kemampuan penalaran digunakan untuk mengukur kemampuan penalaran matematis siswa, indikatornya adalah sebagai berikut: 1) membuat hipotesis; 2) melakukan operasi matematika; 3) menarik kesimpulan dan menyiapkan bukti keefektifannya solusi; 4) Menarik kesimpulan dari pernyataan; 5) Menyelidiki keabsahan argumen; 6) Mengidentifikasi pola karakteristik fenomena matematika dan

menggeneralisasi menurut indikator tersebut, Jika siswa dapat membuat asumsi untuk memecahkan masalah, mereka dapat melakukan operasi matematika untuk menggeneralisasi, dan menyiapkan bukti pernyataan matematika Dan menarik kesimpulan, diyakini bahwa siswa memiliki kemampuan menalar.

Sementara itu, menurut Peraturan Menteri Pendidikan Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 tentang transkrip yang dikutip oleh Wardhani (2008), disebutkan bahwa siswa yang memiliki kemampuan penalaran matematis adalah sebagai berikut:

- 1) Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tulisan, gambar dan diagram
- 2) Mengajukan suatu dugaan maupun asumsi
- 3) Melakukan manipulasi matematika
- 4) Menyusun bukti, dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi
- 5) Mengambil kesimpulan dari pernyataan matematis
- 6) Mengecek kebenaran dari suatu argumen
- 7) Menemukan pola dari fenomena matematika untuk membuat generalisasi

Berdasarkan pemaparan yang telah dikemukakan oleh para ahli, indikator Kemampuan penalaran yang digunakan pada penelitian ini yaitu

1. Mampu menyajikan pernyataan matematika
2. Membuat dugaan atau asumsi
3. Melakukan manipulasi dan menyusun bukti terhadap kebenaran solusi
4. Menarik kesimpulan dari pernyataan matematis
5. Memeriksa kembali kebenaran suatu argumen

Tabel 2 1: Indikator Kemampuan Penalaran

Aspek	Indikator
Mampu menyajikan pernyataan matematika	Siswa mampu menuliskan hal yang diketahui dan ditanyakan di dalam soal
Membuat dugaan atau asumsi	Siswa mampu merumuskan berbagai

Aspek	Indikator
	kemungkinan pemecahan masalah sesuai pengetahuan yang dimiliki
Melakukan manipulasi dan menyusun bukti terhadap kebenaran solusi matematika	Siswa mampu melakukan proses rekayasa matematis untuk mempermudah suatu perhitungan dan memberikan penguatan pada suatu pernyataan yang sudah diketahui kebenarannya
Menarik kesimpulan dari pernyataan matematis	Siswa mampu menarik kesimpulan dari hasil akhir yang diperoleh melalui bukti
Memeriksa kembali kebenaran suatu argumen	Siswa mampu memeriksa kembali kebenaran suatu pernyataan matematika

B. Pemecahan Masalah

Dalam pembelajaran matematika, pemecahan masalah merupakan inti pembelajaran dan merupakan kemampuan dasar dalam proses pembelajaran (Hidayat & Sariningsih, 2018). Pemecahan masalah matematika adalah strategi dan langkah-langkah yang dilakukan siswa untuk menemukan jawaban atau solusi dari teka-teki, masalah atau masalah matematika yang tidak biasa, dan masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Kurikulum secara jelas menekankan perlunya keterampilan pemecahan masalah, yaitu sebagai kemampuan dasar yang perlu dikembangkan dan diintegrasikan ke dalam rentang materi yang sesuai.

Menurut Polya, pemecahan suatu masalah adalah suatu usaha untuk mencari jalan keluar dari suatu tujuan yang tidak mudah untuk segera dicapai (Hendriana dkk., 2017). Sedangkan Abdurrahman (2003) mendefinisikan pemecahan masalah dalam matematika sebagai penerapan konsep dan keterampilan yang biasanya melibatkan kombinasi konsep dan keterampilan dalam situasi yang baru atau berbeda.

Pemecahan masalah juga dapat membantu siswa belajar tentang fakta, keterampilan, konsep, dan prinsip melalui ilustrasi penerapan objek matematika dan hubungan antar objek. Melalui pemecahan masalah, dapat mengembangkan kemampuan penalaran matematis dan mampu

menyelesaikan masalah matematika yang diberikan (Rahmawati & Pala, 2017).

Ciri pemecahan masalah adalah bahwa masalah memerlukan pemikiran, menantang siswa untuk memprediksi dan menemukan solusi, dan sekaligus membuktikan bahwa solusi tersebut harus benar (NoprianiLubis dkk., 2017). Atas dasar pengertian di atas, pemecahan masalah merupakan tahapan atau langkah siswa untuk memecahkan suatu masalah, pertanyaan, atau topik matematika yang bersifat sesekali dan sederhana yang relevan dengan kehidupan sehari-hari dengan menggunakan pengetahuan, keterampilan, dan wawasan yang diperoleh sebelumnya.

Menurut Polya (Purba dkk., 2021) langkah-langkah dalam pemecahan masalah terdiri dari empat langkah lengkap yaitu

1. Memahami masalah, pada langkah ini mengidentifikasi kecukupan data dengan menentukan apa yang diketahui dan ditanyakan dan memberikan keterangan tentang soal apakah cukup mencari apa yang ditanyakan
2. Merencanakan pemecahan masalah, pada langkah ini berupa mengidentifikasi masalah kemudian mencari cara yang tepat untuk menyelesaikan masalah, memilih konsep, persamaan dan teori yang sesuai untuk setiap langkahnya.
3. Melaksanakan penyelesaian, langkah ini ditekankan pelaksanaan rencana penyelesaian dengan memeriksa setiap langkah apakah sudah benar atau belum dan membuktikan serta melaksanakan sesuai rencana yang dibuat
4. Memeriksa kembali hasil, dan pada langkah terakhir ini melaksanakan pemeriksaan kebenaran jawaban, dicari dengan cara yang lain dan dapatkah jawaban atau cara tersebut digunakan untuk soal-soal lain dan pada akhirnya membuat kesimpulan akhir.

C. *Adversity Quotient*

1. Pengertian

Merupakan kemampuan seseorang baik secara fisik maupun psikis dalam menghadapi masalah yang dihadapi. *Adversity quotient* seseorang dapat digunakan untuk menavigasi, mengubah pikiran dan tindakan ketika menghadapi rintangan atau kesulitan. Indeks kesulitan (AQ) adalah kemampuan seseorang dalam menghadapi tantangan dalam hidupnya untuk mencapai kesuksesan (Puriani & Dewi, 2020). Menurut Stoltz (Stoltz, 2000), keberhasilan seseorang dalam hidupnya ditentukan oleh tingkat *adversity quotient* yang dimilikinya, Stoltz juga menyatakan bahwa *adversity quotient* dapat memprediksi banyak aspek kehidupan, yaitu kinerja, motivasi, pemberdayaan, kreativitas, kebahagiaan, vitalitas dan kegebiraan, energy, emosional, kesehatan jasmani, ketekunan, produktivitas, pengetahuan, pengharapan, daya tahan, tingkah laku, umur panjang dan respon terhadap perubahan.

Menurut Nashori (dalam Puriani & Dewi, 2020), *adversity quotient* adalah kemampuan seseorang menggunakan kecerdasan mereka untuk memimpin, mengubah cara mereka berpikir dan bertindak dalam menghadapi rintangan dan kesulitan yang dapat membuat mereka tidak bahagia. Sedangkan Stoltz (2000) menyatakan bahwa *adversity quotient* adalah kemampuan yang dimiliki seseorang untuk mengamati kesulitan dan menangani kesulitan-kesulitan tersebut dengan kecerdasan yang dimiliki.

Puspita berpendapat bahwa kecerdasan kesulitan atau *AQ* adalah pemulihan kesehatan mental yang dimiliki seseorang dalam menghadapi kesulitan dan bagaimana keterampilan ini dapat memungkinkan seseorang untuk mencari jalan keluar dan bertahan hidup ketika menghadapi kesulitan, masalah, bahkan bisa menjadi sulit, menantang banyak peluang (Puspita, 2019). Dari penjelasan atas, dapat disimpulkan bahwa *Adversity Quotient* adalah kemampuan seseorang dalam menghadapi masalah yang dianggap sulit, tetapi mereka tetap bertahan dan berusaha menyelesaikan masalah tersebut.

2. Dimensi

Menurut Stoltz (dalam Puriani & Dewi, 2020) Adversity quotient memiliki empat dimensi pokok yaitu:

a. *Control (C)*

Control adalah kendali berkaitan dengan seberapa besar orang mampu mengendalikan kesulitan-kesulitan yang dihadapinya dan sejauhmana individu merasakan bahwa kendali ikut berperan dalam peristiwa yang menimbulkan kesulitan. Semakin besar kendali yang dilakukan individu maka semakin besar kemungkinan seseorang untuk dapat bertahan menghadapi kesulitan dan tetap teguh dalam niat serta ulet dalam mencari penyelesaian atas kesulitan yang menghadangnya. Demikian sebaliknya, jika semakin rendah kendali, akibatnya seseorang menjadi tidak berdaya menghadapi kesulitan dan mudah menyerah.

b. *Origin dan Ownership (O2)*

Origin dan Ownership merupakan gabungan antara Origin (asal-usul) dengan Ownership (pengakuan), menjelaskan mengenai bagaimana seseorang memandang sumber masalah yang ada. Sejauhmana seseorang mempermasalahkannya dirinya ketika mendapati bahwa kesalahan tersebut berasal dari dirinya, atau sejauh mana seseorang mempermasalahkannya orang lain atau lingkungan yang menjadi sumber kesulitan atau kegagalan seseorang. Rasa bersalah yang tepat akan menggugah seseorang untuk bertindak sedangkan rasa bersalah yang terlampau besar akan menciptakan kelumpuhan. Ownership menjelaskan sejauhmana seseorang mengakui akibat-akibat kesulitan dan kesediaan seseorang untuk bertanggung jawab atau kesalahan atau kegagalan tersebut.

c. *Reach (R)*

Reach berarti jangkauan, R menjelaskan sejauhmana kesulitan akan menjangkau bagian-bagian lain dalam kehidupan seseorang. Respon dari AQ rendah dapat membuat kesulitan menjadi

luas ke segi-segi lain dalam kehidupan seseorang. Semakin besar jangkauan seseorang maka semakin besar kemungkinan seseorang membatasi jangkauan masalahnya pada suatu peristiwa yang sedang ia dihadapi begitupun sebaliknya. Membatasi jangkauan kesulitan akan memungkinkan seseorang untuk berpikir jernih dan mengambil tindakan. Membiarkan jangkauan kesulitan memasuki satu atau lebih wilayah kehidupan seseorang, akan membuat seseorang kehilangan kekuatannya untuk melakukan pendakian.

d. *Endurance* (E)

Ketahanan menggambarkan menilai situasi sebagai baik atau buruk. Orang dengan daya tahan yang besar akan memiliki harapan dan sikap optimis untuk mengatasi segala kesulitan dan tantangan yang dihadapinya. Semakin tinggi resiliensi seseorang, semakin banyak orang cenderung melihat kesuksesan sebagai sesuatu yang sementara, dan mereka yang memiliki indeks kesulitan yang rendah menganggap kesulitan yang mereka hadapi sebagai sesuatu yang permanen dan sulit untuk dihadapi.

3. Faktor yang memengaruhi

Stoltz (2000) menjelaskan bahwa ada beberapa faktor yang dapat mempengaruhi *adversity quotient* antara lain:

a. Bakat

Bakat adalah suatu kondisi pada diri seseorang yang dengan suatu latihan khusus memungkinkannya mencapai suatu kecakapan, pengetahuan dan keterampilan khusus. Bakat menggambarkan penggabungan antara keterampilan, kompetensi, pengalaman dan pengetahuan yakni apa yang diketahui dan mampu dikerjakan oleh seorang individu

b. Kemauan

Kemauan menggambarkan motivasi, antusiasme, gairah, dorongan, ambisi, dan semangat yang menyala-nyala. Seorang individu tidak akan menjadi hebat dalam bidang apapun tanpa memiliki kemauan untuk menjadi individu yang hebat.

c. Kecerdasan

Menurut Gardner terdapat tujuh bentuk kecerdasan, yaitu linguistik, kinestetik, spasial, logika matematika, musik, interpersonal, dan intrapersonal. Individu memiliki semua bentuk kecerdasan sampai tahap tertentu dan beberapa di antaranya ada yang lebih dominan. Kecerdasan yang lebih dominan mempengaruhi karir yang dikejar oleh seorang individu, pelajaran-pelajaran yang dipilih, dan hobi.

d. Kesehatan

Kesehatan emosional dan fisik juga mempengaruhi keberhasilan individu. Jika seseorang jatuh sakit, maka kesehatannya tersebut dapat mengalihkan perhatiannya dari proses kesuksesan. Emosi yang sehat dan tubuh yang sehat sangat membantu ketercapainya kesuksesan.

e. Sifat-Sifat Kepribadian

Ciri-ciri kepribadian seorang individu seperti kejujuran, keadilan, ketulusan, kebijaksanaan, kebaikan, keberanian dan kemurahan hati adalah beberapa sifat penting untuk ketercapainya kesuksesan.

f. Keturunan

Meskipun keturunan tidak menentukan nasib, faktor-faktor ini juga mempengaruhi keberhasilan individu. Hasil penelitian menunjukkan bahwa faktor genetik merupakan salah satu faktor fundamental bagi perilaku individu.

g. Pendidikan

Pendidikan memengaruhi kecerdasan, pembentukan kebiasaan sehat, pengembangan karakter pribadi, keterampilan, keinginan dan kinerja.

h. Keyakinan

Keyakinan mempengaruhi seseorang untuk memecahkan masalah dan membantunya mencapai tujuan hidupnya.

4. Tingkatan

Didalam merespon suatu kesulitan terdapat tiga kelompok tipe manusia ditinjau dari tingkat kemampuannya menurut Stoltz (dalam Puriani & Dewi, 2020) :

a. *Quitters*

Quitters yaitu orang yang memilih keluar, menghindari kewajiban, mundur, dan berhenti. Individu dengan tipe ini memilih untuk berhenti berusaha, mereka mengabaikan menutupi dan meninggalkan dorongan inti yang manusiawi untuk terus berusaha. Dengan demikian, individu dengan tipe ini biasanya meninggalkan banyak hal yang ditawarkan oleh kehidupan.

b. *Campers*

Campers atau orang-orang yang berkemah adalah orang-orang yang telah berusaha sedikit kemudian mudah merasa puas atas apa yang dicapainya. Tipe ini biasanya bosan dalam melakukan pendakian kemudian mencari posisi yang nyaman dan bersembunyi pada situasi yang bersahabat. Kebanyakan para campers menganggap hidupnya telah sukses sehingga tidak perlu lagi melakukan perbaikan dan usaha.

c. *Climbers*

Climbers adalah individu dalam bisnis sepanjang hidup mereka. Terlepas dari sejarah, untung atau rugi, keberuntungan atau nasib buruk, orang dengan tipe ini tidak akan berhenti berusaha.

5. Pengembangan

Menurut Stoltz (2000), cara mengembangkan dan menerapkan AQ dapat diringkas dalam kata-kata LEAD, yaitu:

a. Mendengarkan (*Listened*)

Mendengarkan untuk bereaksi terhadap kesulitan merupakan langkah penting yang penting dalam mengubah AQ individu. Individu mencoba mengenali dan menyelesaikan masalah jika ada kesulitan, kemudian bertanya pada diri sendiri apakah itu adalah

respons AQ yang tinggi atau rendah dan menyadari aspek AQ mana yang lebih tinggi.

b. Menemukan (*explored*)

Pada titik ini, individu didorong untuk mengeksplorasi sumber atau menemukan penyebab masalah. Kemudian cari tahu apa yang salah dan temukan tindakan lain yang sesuai.

c. Analisis (*analyzed*)

Pada titik ini, individu diharapkan mampu menganalisis bukti yang menyebabkan mereka kehilangan kendali atas masalah, bukti bahwa kesulitan harus datang ke bidang kehidupan lain, serta bukti mengapa Kesulitan harus datang ke bidang kehidupan lain. . bertahan lebih lama dari yang seharusnya. Fakta-fakta ini perlu dianalisis untuk menemukan beberapa faktor yang mendukung AQ individu.

d. Implementasi (*do*)

Akhirnya, semua berharap individu dapat mengambil tindakan tertentu setelah melalui tahapan sebelumnya. Namun, sebelumnya diharapkan individu dapat memperoleh lebih banyak informasi untuk melewati situasi sulit, dan kemudian membatasi kontinum masalah ketika kesulitan muncul.