

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### A. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis

##### 1. Pengertian

Masalah matematika merupakan suatu sarana yang bukan hanya dalam mendukung perkembangan kemampuan berpikir siswa, tetapi juga dalam membantu mereka memperkuat keterampilan mendasar dalam menyelesaikan berbagai masalah, baik yang berhubungan dengan matematika maupun situasi sehari-hari.

Dalam matematika masalah diklasifikasikan menjadi dua jenis yaitu penemuan (*problem to find*) dan pembuktian (*problem to prove*). Penemuan (*problem to find*) adalah tindakan mencari, mengidentifikasi, atau memperoleh nilai atau objek yang sebelumnya tidak diketahui dari permasalahan, dengan memastikan bahwa objek tersebut memenuhi syarat yang sesuai dengan permasalahan tersebut. Sedangkan pembuktian (*problem to prove*) prosedur untuk menentukan kebenaran atau ketidakbenaran suatu pernyataan dengan menggunakan soal membuktikan yang terdiri dari hipotesis dan kesimpulan. Dalam membuktikan, langkah pentingnya adalah menghasilkan pernyataan yang logis dari hipotesis menuju kesimpulan. Sebaliknya, untuk menunjukkan ketidakbenaran suatu pernyataan, kita harus memberikan contoh atau bukti yang menyangkalnya, sehingga pernyataan tersebut tidak benar (Roebiyanto & Harmini, 2017).

Pemecahan masalah adalah salah satu keterampilan abad ke-21 yang penting dimiliki siswa dalam menghadapi tantangan dan perubahan di era

globalisasi. Menurut Robert L. Solso pemecahan masalah merupakan upaya pemikiran yang terfokus secara langsung untuk menemukan solusi atau jalan keluar bagi masalah yang spesifik (Durrotunisa & Mardhiyana, 2023). Schunk juga menjelaskan bahwa pemecahan masalah adalah usaha untuk mencapai tujuan yang belum mempunyai solusi otomatis, melalui proses terencana yang melibatkan pemilihan dan penerapan strategi yang sesuai dengan situasi masalah (Helmon & Sennen, 2020). Pemecahan masalah juga merupakan aktivitas kognitif yang terjadi selama pembelajaran berlangsung, baik dalam konteks akademik maupun non akademik.

Mayer (dalam Grouws, 1992) mengungkapkan bahwa pemecahan masalah memiliki tiga karakteristik, yaitu (a) pemecahan masalah adalah hasil berpikir (kognitif) yang kemudian diwujudkan dalam tindakan, (b) hasil dari pemecahan masalah mendorong tindakan menuju solusi (c) pemecahan masalah merupakan suatu proses yang melibatkan proses manipulasi atau operasi pada pengetahuan yang telah ada sebelumnya (Chairani, 2016).

Lesh dan Zawojewski (2007) dalam (Purnomo, 2021) memberikan definisi mengenai pemecahan masalah matematis, yaitu:

*Mathematical problem solving as the process of interpreting a situation mathematically, which usually involves several iterative cycles of expressing, testing, and revising mathematical interpretation and of sorting out, integrating, modifying, revising or refining clusters of mathematical concepts from various topics within and beyond mathematics.*

Dari definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah matematis merupakan langkah interpretasi situasi menggunakan matematika,

yang umumnya melibatkan beberapa siklus berulang dalam mengungkapkan, menguji, dan memperbaiki penafsiran matematika serta dalam mengorganisir, menggabungkan, memodifikasi, merevisi, atau menyempurnakan berbagai konsep matematika dari beragam topik dalam dan di luar bidang matematika.

(Suryawan, 2021) mengutarakan prinsip-prinsip yang perlu dipegang dalam pemecahan masalah matematika adalah sebagai berikut:

1. Pemecahan masalah matematika bisa diajarkan dan dipelajari.
2. Keberhasilan dalam pemecahan masalah matematika sangat tergantung pada faktor psikologis seperti kepercayaan diri, konsentrasi, dan semangat untuk tidak menyerah.
3. Intuisi dan pengalaman memiliki peran yang sama pentingnya dengan argumentasi formal yang ketat.
4. Aspek nonpsikologis dalam pemecahan masalah matematika melibatkan kombinasi dari tiga hal:
  - Strategi : ide matematis dan psikologis untuk memulai dan memahami masalah.
  - Taktik : berbagai metode matematis yang dapat digunakan untuk berbagai situasi yang berbeda.
  - Alat : teknik-teknik yang lebih terfokus dan trik-trik untuk situasi tertentu.

## **2. Tahapan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis.**

George Polya merupakan seorang matematikawan, meyakini bahwa pemecahan masalah adalah upaya untuk menemukan solusi dari kesulitan demi mencapai tujuan yang tidak dapat segera tercapai. Menurut George Polya dalam

(Purba dkk., 2021) seorang siswa perlu memiliki keterampilan dalam memecahkan masalah, khususnya dalam konteks pembelajaran matematika. Memecahkan masalah dalam matematika memerlukan pendekatan atau langkah-langkah yang tepat agar mempermudah siswa dalam menyelesaikan masalah yang dihadapi. George Polya menyusun serangkaian langkah pemecahan masalah yang dapat digunakan oleh siswa untuk memudahkan proses penyelesaian masalah, yaitu:

1. Memahami esensi masalah, tahapan ini mencakup mengidentifikasi informasi yang sudah diketahui dan yang perlu dicari serta memberikan penjelasan apakah informasi yang diberikan sudah cukup untuk menyelesaikan permasalahan.
2. Merencanakan strategi penyelesaian, tahapan ini melibatkan pengenalan masalah serta mencari pendekatan yang sesuai untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.
3. Melaksanakan strategi penyelesaian, pada tahapan ini penting untuk melaksanakan rencana yang sudah dibuat dengan memeriksa setiap langkah apakah sudah tepat atau belum, serta melakukan pengecekan ulang apakah langkah-langkah tersebut telah dijalankan sesuai rencana yang telah dibuat.
4. Mengevaluasi kembali hasil, langkah ini dilakukan dengan mengecek kebenaran jawaban, mencari pendekatan alternatif, dan menilai apakah jawaban atau strategi tersebut dapat diterapkan pada permasalahan yang serupa.

John Dewey yang juga merupakan seorang tokoh terkemuka dalam teori pendidikan yang terfokus pada proses pemecahan masalah, mengungkapkan bahwa proses tersebut bukanlah sekadar urutan dari gagasan-gagasan semata, melainkan suatu langkah demi langkah yang berkesinambungan. Setiap ide dalam proses tersebut merujuk pada ide sebelumnya untuk menentukan langkah berikutnya. Sehingga, setiap langkah tersebut saling terkait dan berurutan menuju suatu kesimpulan Dewey menyajikan lima langkah pokok dalam menyelesaikan masalah (Kusuma dkk., 2022) , yakni:

1. Mengenali atau menyajikan permasalahan, strategi penyelesaian masalah hanya diperlukan jika itu merupakan suatu masalah yang dihadapi.
2. Mendefinisikan permasalahan, strategi penyelesaian masalah menegaskan pentingnya mengartikan permasalahan untuk menentukan beragam kemungkinan solusi.
3. Mengembangkan beberapa hipotesis, hipotesis-hipotesis ini adalah alternatif solusi dalam pemecahan masalah.
4. Menguji beberapa hipotesis dan mengevaluasi kelemahan serta keunggulan dari setiap hipotesis.
5. Memilih hipotesis terbaik sebagai solusi yang tepat.

Pada tahun 1977, Anne Newman mengembangkan tahapan analisis untuk mendeskripsikan kemampuan pemecahan masalah. Tahapan tersebut terdiri dari lima tahapan untuk menelaah dan menganalisis cara siswa dalam memecahkan masalah matematis (Kania & Arifin, 2018). Adapun lima tahapan tersebut adalah:

1. Membaca masalah (*reading*).
2. Memahami masalah (*comprehension*).

3. Mentransformasikan masalah (*transformation*)
4. Keterampilan proses (*process skills*)
5. Penulisan jawaban akhir (*encoding*)

Krulik dan Rudnik (1988) memperkenalkan sebuah heuristik pemecahan masalah yang terdiri dari lima tahap. Kelima tahap tersebut meliputi:

1. Membaca (*read*), di mana siswa melakukan aktivitas seperti mencatat kata kunci, bertanya kepada orang lain tentang pertanyaan dalam masalah, atau mengulang kembali masalah dengan kata-kata yang lebih sederhana.
2. Eksplorasi (*explore*), di mana siswa mengidentifikasi masalah yang diberikan dan menyajikannya dengan cara yang mudah dipahami.
3. Memilih strategi (*select a strategy*), di mana siswa membuat kesimpulan atau hipotesis tentang cara menyelesaikan masalah berdasarkan dua tahap pertama.
4. Menyelesaikan (*solve*), yang melibatkan penerapan keterampilan matematika, seperti perhitungan, untuk menemukan solusi.
5. Refleksi (*look back*), di mana siswa memberikan kesimpulan, meninjau kembali jawaban mereka dan meninjau variasi dari cara memecahkan masalah.

Sedangkan menurut Soemarmo dan Hendriana (2014: 23) serta Lestari (2015: 85) dalam (Amam, 2017), untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah siswa terdapat beberapa tahapan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah matematika:

1. Mengidentifikasi elemen yang diketahui, masih ditanyakan, dan memastikan elemen yang dibutuhkan.
2. Merumuskan permasalahan matematika atau membuat model matematika yang relevan.
3. Mengaplikasikan strategi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.
4. Menjelaskan atau memberikan interpretasi terhadap hasil penyelesaian masalah.

Berdasarkan uraian di atas, meskipun tahapan pemecahan masalah Polya sering digunakan dalam berbagai penelitian, peneliti memilih menggunakan tahapan yang dikemukakan oleh Krulik dan Rudnick karena tahapan tersebut lebih terstruktur dan menyeluruh. Tahapan tersebut mencakup tahap eksplorasi awal dan refleksi akhir, yang memberikan panduan lebih mendalam untuk menggali kemampuan siswa dalam memahami dan menyelesaikan masalah matematika. Selain itu, tahapan Krulik dan Rudnick juga menggali kemampuan siswa dalam mencari cara/variasi lain dalam menyelesaikan masalah.

## **B. Soal *HOTS* (*Higher Order Thinking Skills*)**

### **1. *HOTS* (*Higher Order Thinking Skills*)**

Keterampilan berpikir tingkat tinggi, atau yang sering disebut *Higher Order Thinking Skills* (*HOTS*), adalah kemampuan berpikir yang kompleks untuk melakukan analisis mendalam, menyimpulkan informasi, mengurai konsep, serta menyelesaikan masalah yang tidak dapat dipecahkan dengan algoritma atau diprediksi secara langsung. Keterampilan ini memerlukan pendekatan yang inovatif dan berbeda dalam menyelesaikan berbagai masalah dan situasi yang telah ada (Usep Sholahudin, 2022).

Alice Thomas dan Glendan Thorne dalam artikel mereka yang berjudul "*How to Increase Higher Order Thinking*" (2009) mendefinisikan *Higher Order Thinking Skills (HOTS)* sebagai kemampuan berpikir yang berada di tingkat lebih tinggi daripada sekadar menghafal atau mengulang kembali informasi yang diterima dari orang lain. Pendapat yang serupa dengan yang diungkapkan oleh Onosko & Newman (1994) adalah bahwa *HOTS*, atau tingkat berpikir tinggi, merujuk pada kemampuan yang tidak bersifat algoritmik dan didefinisikan sebagai kapasitas untuk menggunakan pikiran dalam menghadapi tantangan yang belum pernah dipertimbangkan sebelumnya. Konsep "baru" ini mengacu pada aplikasi yang belum dipikirkan sebelumnya oleh siswa, meskipun hal tersebut tidak selalu memiliki sifat universal (Nugroho, 2018).

Sementara itu, menurut Resnick (1987), *HOTS* merupakan proses berpikir yang kompleks yang melibatkan kemampuan untuk mengurai materi, membuat kesimpulan, membentuk representasi, menganalisis, dan membangun hubungan antara konsep-konsep dengan melibatkan aktivitas mental yang paling mendasar. Keterampilan mental ini awalnya diuraikan berdasarkan Taksonomi Bloom yang membedakan berbagai tingkatan pemikiran, mulai dari yang paling dasar hingga yang paling tinggi, yaitu pengetahuan, pemahaman, analisis, sintesis, dan evaluasi (Warti, 2019).

Dari beberapa pendapat tersebut dapat disimpulkan bahwa *Higher Order Thinking Skills (HOTS)* merupakan kemampuan berpikir yang lebih kompleks yang tidak sekedar menghafal atau mengulang informasi dari orang lain, namun kemampuan untuk menyimpulkan informasi, mengurai konsep/ materi, membuat



representasi, menganalisis, menghubungkan antar konsep, dan menyelesaikan suatu permasalahan yang tidak dapat diprediksi langsung.

## 2. Karakteristik Soal *HOTS*

Karakteristik Soal *HOTS* antara lain:

### 1. Mengukur Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi

*The Australian Council for Educational Research (ACER)* mengemukakan bahwa kemampuan berpikir tingkat tinggi melibatkan proses seperti menganalisis, merefleksi, memberikan argumen (alasan), menerapkan konsep pada situasi berbeda, menyusun, menciptakan. tidak hanya mencakup kemampuan mengingat, mengetahui, atau mengulangi informasi. Dengan demikian, jawaban pada soal-soal *HOTS* tidak secara langsung diungkapkan dalam rangsangan yang diberikan. Kemampuan berpikir tingkat tinggi mencakup kemampuan memecahkan masalah, berpikir kritis, berpikir kreatif, berargumen, dan pengambilan keputusan. Kemampuan ini dianggap sangat penting dalam era modern dan seharusnya dimiliki oleh setiap siswa.

Kreativitas dalam menyelesaikan permasalahan dalam *HOTS* mencakup:

- Kemampuan menyelesaikan masalah yang tidak biasa.
- Kemampuan mengevaluasi berbagai strategi dalam menyelesaikan masalah dari perspektif yang berbeda.
- Menemukan model-model solusi baru yang berbeda dari pendekatan sebelumnya.

Soal yang sulit diselesaikan bukan berarti sama dengan soal *HOTS*.

Meskipun sebuah soal mungkin sulit, hal tersebut belum tentu memerlukan

kemampuan berpikir tingkat tinggi. Kemampuan berpikir tingkat tinggi dapat diasah melalui proses pembelajaran di kelas. Oleh karena itu, agar siswa memiliki kemampuan berpikir tingkat tinggi, proses pembelajaran harus memberikan kesempatan bagi siswa untuk menemukan konsep pengetahuan berdasarkan aktivitas. Aktivitas pembelajaran dapat mendorong siswa untuk mengembangkan kreativitas dan berpikir kritis. (Setiawati dkk., 2018)

## 2. Beorientasi pada Permasalahan Kontesktual

Soal-soal HOTS adalah evaluasi yang berfokus pada situasi kehidupan nyata, di mana siswa diharapkan menggunakan konsep-konsep yang dipelajari di kelas untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi. Permasalahan global saat ini seperti lingkungan, kesehatan, bumi, ruang angkasa, serta pemanfaatan ilmu pengetahuan dan teknologi dalam kehidupan sehari-hari menjadi konteks utama. Ini juga mencakup keterampilan siswa dalam menghubungkan, menginterpretasikan, menerapkan, dan mengintegrasikan pengetahuan dalam pembelajaran untuk menyelesaikan masalah di dunia nyata. Terdapat lima karakteristik asesmen kontekstual yakni *REACT* (*Relating, Experiencing, Applying, Communicating, and Transferring*). *Relating* adalah penilaian yang terkait erat dengan pengalaman nyata dalam kehidupan sehari-hari. *Experiencing* merupakan penilaian yang menekankan pada eksplorasi, penemuan, dan kreasi. Selanjutnya *Applying* yaitu penilaian yang mengharuskan siswa menerapkan pengetahuan yang didapat di kelas untuk menyelesaikan masalah dunia nyata. Karakteristik lainnya adalah *Communicating* dimana penilaian yang dilakukan membutuhkan kemampuan untuk mengomunikasikan kesimpulan atau model terkait konteks masalah.

Karakteristik yang terakhir adalah *Transferring* yaitu penilaian yang memerlukan kemampuan mentransformasikan konsep-konsep yang dipelajari di kelas ke dalam situasi atau konteks baru (Fanani, 2018).

### 3. Menggunakan Bentuk Soal yang Beragam

Ragam bentuk pertanyaan yang berbeda dalam suatu ujian atau tes (seperti soal-soal HOTS yang digunakan dalam PISA) bertujuan untuk memberikan informasi yang lebih detail dan komprehensif tentang kemampuan peserta tes. Hal bertujuan agar proses penilaian yang dilakukan mampu mencerminkan kemampuan peserta didik sesuai dengan situasi sebenarnya. Penilaian yang objektif akan memastikan akuntabilitas dalam proses penilaian. Ada beberapa bentuk soal yang bisa diterapkan dalam menyusun soal HOTS (yang digunakan dalam skema tes PISA), yaitu pilihan ganda, pilihan ganda kompleks (benar/ salah atau ya/tidak), dan uraian (Farihatul Auliya, 2019)

### 3. Level Kognitif

Benjamin S. Bloom pada tahun 1956 mengklasifikasikan kemampuan berpikir menjadi 6 bagian, yaitu *knowledge, comprehend, application, analysis, synthesis*, dan *evaluation*. kemudian pada tahun 2001 dikembangkan lagi oleh Lorin Anderson, David Kratwohl menjadi menjadi C1 (mengingat/ *remembering*), C2 (memahami/ *understanding*), C3 (menerapkan/ *applying*), C4 (menganalisis/ *analyzing*), C5 (mengevaluasi/ *evaluating*), dan C6 (mencipta/ *creating*). Dari keenam bagian tersebut, yang termasuk kategori *higher order thinking skills (HOTS)* adalah kemampuan pada C4 sampai dengan C6 karena pada kemampuan tersebut termasuk level penalaran (Farihatul Auliya, 2019).

Sedangkan pada kemampuan C1 dikategorikan *lower order thinking skills (LOTS)* dan kemampuan C2 serta C3 termasuk kategori *medium order thinking skills (MOTS)*. Berikut tabel klasifikasi kemampuan berpikir berdasarkan Anderson dan Krathwol.

**Tabel 2. 1 Klasifikasi Kemampuan Berpikir Anderson dan Krathwol**

Level kognitif		Definisi	Kata Kerja	
LOTS	C1	Mengetahui	Mengingat kembali	Mengingat, mendaftar, mengulang, menirukan
MOTS	C2	Memahami	Menjabarkan ide/konsep	Menjelaskan, mengklasifikasi, menerima, melaporkan
	C3	Menerapkan	Menggunakan informasi pada domain berbeda	Menggunakan, mengilustrasikan, mendemonstrasikan, mengoperasikan
HOTS	C4	Menganalisis	Menspesifikasikan aspek-aspek/elemen	Membandingkan, memeriksa, mengkritisi, menguji
	C5	Mengevaluasi	Mengambil keputusan sendiri	Evaluasi, menilai, menyanggah, memutuskan, memilih, mendukung
	C6	Mencipta	Mengkreasi gagasan/ ide sendiri	Mengkontruksi, desain, kreasi, mengembangkan, menulis, menformulasikan.

Sumber: (Setiawati dkk., 2018)

## C. Materi Perbandingan

### 1. Definisi dan Cara Menyatakan Perbandingan

Perbandingan, juga dikenal sebagai rasio, merujuk pada hubungan antara dua atau lebih besaran. Konsep perbandingan serupa dengan pecahan, di mana sifat perbandingan tidak berubah ketika dikalikan atau dibagi dengan bilangan lain. Selain itu, perbandingan dapat diubah dengan membagi satu suku dan mengalikan suku lainnya. Perubahan dalam perbandingan juga dapat dilakukan dengan mengalikan seluruh perbandingan dengan suatu bilangan, yaitu dengan mengalikan setiap suku pertama dengan bilangan tersebut dan melakukannya juga pada setiap suku kedua.

## Cara Menyatakan Perbandingan

Terdapat tiga cara berbeda dalam menyatakan suatu perbandingan, yakni:

1. Pecahan  $\frac{a}{b}$ , contoh:  $\frac{1}{4}$
2. Dua bilangan yang dipisahkan oleh titik dua (:), misalnya 1 : 4.
3. Dua bilangan yang dipisahkan oleh kata dari, misalnya 1 dari 4.

## 2. Perbandingan Senilai

Perbandingan senilai juga dapat disebut sebagai perbandingan seharga. Perbandingan senilai atau seharga merupakan hubungan antara dua besaran di mana jika satu besaran meningkat nilainya, besaran lainnya juga akan meningkat, dan sebaliknya. Perbandingan senilai juga sering disebut sebagai proporsi. Konsep perbandingan senilai mirip dengan pecahan yang senilai. Perbandingan seharga (senilai) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

atau

$$a_1 : a_2 = b_1 : b_2$$

## 3. Perbandingan Berbalik Nilai

Perbandingan berbalik nilai adalah sebuah perbandingan yang memiliki sifat besaran apabila salah satu bertambah maka yang lainnya akan berkurang. Perbandingan berbalik nilai dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{a_1}{b_2} = \frac{a_2}{b_1}$$

Contoh masalah-masalah yang dapat digolongkan perbandingan berbalik nilai di antaranya sebagai berikut.

1. Jarak tempuh dan waktu tempuh, jika menempuh jarak yang sama.

2. Banyak siswa dengan banyak buku yang diperoleh dari hasil pembagian
3. Banyak ternak dan waktu untuk menghabiskan pakan ternak, jika disediakan pakan ternak dengan jumlah sama.
4. Banyak karyawan dan waktu untuk menyelesaikan pekerjaan