

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Deskripsi Teori

1. Kemampuan Penalaran Matematis

a. Pengertian

Menurut Thomas Carpenter penalaran matematis adalah proses membuat kesimpulan dengan menggunakan simbol matematika untuk merepresentasikan ide atau dugaan, mengevaluasi dan menyelesaikan masalah menggunakan konsep, teorema atau dalil yang sudah diketahui kebenarannya (Romberg et al., 2005). Schoenfeld menyebutkan penalaran matematis adalah proses penyelesaian masalah dengan menggabungkan pengetahuan atau konsep yang sudah ada untuk tujuan mendapatkan kesimpulan (Schoenfeld, 1994).

Penalaran matematis merupakan komponen krusial dalam berpikir matematis, yang mencakup kemampuan untuk melakukan generalisasi dan menyajikan kesimpulan yang valid terkait ide-ide matematika serta keterkaitannya (Yusdiana & Hidayat, 2018). Dalam proses pemecahan masalah, penalaran matematis memegang peranan penting, di mana siswa dituntut untuk mengembangkan keterampilan berpikir kritis dan analitis dalam mencari alternatif solusi (Sandy et al., 2019). Kemampuan ini memungkinkan siswa untuk memahami pola dan hubungan antar subjek matematika berdasarkan teorema atau dalil yang telah terbukti kebenarannya (Isnaeni et al., 2018). Selain itu, kemampuan penalaran matematis juga diartikan sebagai kemampuan

untuk menarik kesimpulan atau menyusun pernyataan yang benar dari suatu pernyataan yang telah diketahui kebenarannya, menunjukkan betapa pentingnya kemampuan ini dalam mengembangkan pemahaman yang mendalam terhadap konsep-konsep matematika (Gustiadi et al., 2021).

Berdasarkan pengertian dari beberapa sumber di atas, kemampuan penalaran matematis berarti kemampuan menarik suatu konklusi yang tepat dengan menganalisis dan membuat dugaan penyelesaian masalah kemudian menyelesaikannya berdasarkan bukti-bukti yang ada dan menurut aturan-aturan yang telah ada sebelumnya. Penalaran dapat digambarkan sebagai suatu proses berpikir yang menghasilkan suatu kesimpulan berwujud pengetahuan.

b. Indikator Penalaran Matematis

Penalaran matematis adalah kemampuan yang dimiliki siswa dalam proses berpikir yaitu mengaitkan ide-ide matematika dengan tujuan menarik kesimpulan berdasarkan aturan-aturan yang sudah ada

Indikator penalaran matematis merujuk pada Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/KepPP/2004 tentang rapor (Atun & Wijayanti, 2020) diantaranya:

- 1) Menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan bergambar;
- 2) Mengajukan dugaan;
- 3) Melakukan manipulasi matematika;
- 4) Menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi;

- 5) Menarik kesimpulan;
- 6) Memeriksa kesahihan suatu argumen; dan
- 7) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Selain itu, pendapat lain mengenai Indikator penalaran matematis merujuk Indikator yang digunakan dalam penelitian Rahmawati & Astuti meliputi (Rahmawati & Astuti, 2022):

- 1) Memanipulasi bentuk matematika;
- 2) Melakukan penyusunan bukti dan memberikan argumen tentang kebenaran Solusi;
- 3) Menyajikan pernyataan secara tertulis dalam bentuk diagram dan gambar; dan
- 4) Melakukan penarikan kesimpulan pernyataan.

Menurut Rukmana terdapat beberapa indikator kemampuan penalaran matematis (Romadhina & Junaedi, 2019), yaitu:

- 1) Menyajikan pernyataan matematika melalui tulisan, gambar, sketsa atau diagram;
- 2) Mengajukan dugaan;
- 3) Memberikan alasan terhadap beberapa solusi;
- 4) Memeriksa kesahihan suatu argument; dan
- 5) Menarik kesimpulan atau melakukan generalisasi.

Selanjutnya Wardani menekankan indikator keterampilan penalaran yang penting (Ainun & Asri, 2023), meliputi:

- 1) Mengajukan dugaan;

- 2) Melakukan manipulasi matematika;
- 3) Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberi alasan terhadap kebenaran solusi;
- 4) Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan;
- 5) Memeriksa kesahihan suatu argument; dan
- 6) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Mengacu pada permasalahan yang sering dijumpai dalam pembelajaran matematika dan disesuaikan dengan definisi penalaran matematis, maka dalam penelitian ini diambil indikator kemampuan penalaran sebagai berikut:

- 1) Membuat dan menyelidiki dugaan matematika;
- 2) Mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan bukti matematika; dan
- 3) Membenarkan hasil, memberikan alasan atau bukti menggunakan dugaan matematika.

2. Kemandirian Belajar Siswa

a. Pengertian Kemandirian Belajar

Adanya istilah “Kemandirian” menunjukkan kepercayaan atas kemampuan diri dalam menyelesaikan masalah secara mandiri tanpa bantuan khusus dari orang lain dan enggan dikendalikan orang lain (Nurhayati, 2018). Kemandirian biasanya dikenal dengan kesanggupan untuk menentukan nasib sendiri dengan penuh kreatif dan inisiatif sendiri, kesanggupan untuk mengatur tingah laku, bertanggung jawab

atas keputusan-keputusan yang dibuat sendiri, serta sanggup menahan diri dan mengatasi masalah tanpa ada pengaruh dari orang lain.

Kemandirian adalah kemampuan penguasaan diri dan mengendalikan pikiran, perasaan dan tindakan sendiri secara bebas serta berusaha sendiri untuk mengatasi perasaan-perasaan malu dan keragu-raguan. Kemandirian dalam belajar adalah aktivitas belajar yang didorong oleh kemauan sendiri, pilihan sendiri dan tanggung jawab sendiri dari pembelajaran (Tirtahardja & Sulo, 2012).

Perry dalam karyanya berjudul *Investigating Teacher–Student Interactions That Foster Self-Regulated Learning* menyebutkan bahwa kemandirian belajar adalah bentuk pembelajaran independent oleh siswa yang melibatkan metakognisi, motivasi, dan strategi Tindakan belajar. Bentuk kemandirian belajar bisa di representasikan dengan kemampuan siswa untuk menganalisis dan menyelesaikan tugas yang diberikan tanpa bantuan orang lain atau kemampuan siswa untuk mengatur strategi apa yang mereka gunakan untuk mempersiapkan ujian (Perry et al., 2002).

Menurut Barry J Kemandirian belajar adalah kemampuan siswa dalam metakognitif (sejauh mana siswa memahami dirinya sendiri dalam hal belajar), memiliki motivasi, mengubah dan mempertahankan strategi belajar, serta proaktif (perilaku aktif dalam proses belajar mereka sendiri) (Barry & Schunk, 1989).

Menurut Sumarno, kemandirian belajar merupakan proses penyusunan dan pengawasan diri yang mendetail terhadap proses

kognitif dan efektif dalam menyelesaikan tugas akademik (Amir & Risnawati, 2015). Kemandirian belajar dapat dikembangkan dengan proses latihan-latihan yang dikerjakan secara konsisten dalam jangka waktu yang panjang dan alangkah baiknya hal tersebut dilakukan sejak dini, latihan tersebut dapat berupa pemberian tugas-tugas tanpa bantuan dan tentu saja tugas-tugas tersebut disesuaikan dengan usia dan kemampuan anak.

Menurut Knowles, belajar mandiri tidak berarti belajar sendiri, dan dalam belajar mandiri peserta boleh bertanya, berdiskusi, atau minta penjelasan dari orang lain (Rusman, 2018). Peserta didik akan berusaha sendiri dahulu untuk memahami isi pelajaran yang dibaca atau dilihatnya melalui media audio visual. Kalau mendapat kesulitan, barulah peserta didik akan bertanya atau mendiskusikannya dengan teman, guru atau orang lain.

Dari pendapat beberapa ahli dan penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa kemandirian belajar adalah kemampuan belajar siswa yang didasarkan pada keinginan individu itu sendiri tanpa adanya bantuan orang lain dalam hal metakognitif (sejauh mana siswa memahami dirinya sendiri dalam hal belajar), memiliki motivasi, mengubah dan mempertahankan strategi belajar, serta proaktif dalam kegiatan belajarnya.

b. Aspek Kemandirian Belajar

Berdasarkan penjabaran pengertian kemandirian belajar diperoleh definisi operasional bahwa kemandirian belajar adalah kemampuan

belajar siswa yang didasarkan pada keinginan individu itu sendiri tanpa adanya bantuan orang lain dalam hal metakognitif (sejauh mana siswa memahami dirinya sendiri dalam hal belajar), memiliki motivasi, mengubah dan mempertahankan strategi belajar, serta proaktif untuk mencapai pemahaman dalam aspek pengetahuan, keterampilan maupun sikap tertentu yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang diberikan pada proses belajarnya.

Adapun aspek dari kemandirian belajar berdasarkan pengertian dari (Barry & Schunk, 1989; Perry et al., 2002) meliputi metakognisi, motivasi, strategi, proaktif:

1) Metakognisi

Menurut Barry J metakognisi dalam kemandirian belajar berarti sejauh mana siswa memahami dirinya sendiri dalam kegiatan belajarnya (Barry & Schunk, 1989). Metakognisi merupakan kesadaran siswa terhadap proses berpikirnya, mengecek kembali proses berpikirnya, dan mengatur proses berpikirnya. Terkait dengan hal tersebut, metakognisi dapat memantau tahap berpikir siswa agar dapat merefleksi cara berpikir dan hasil berpikirnya dalam kata lain siswa mampu bertanggung jawab (Arum, 2019).

2) Motivasi

Baik Barry J ataupun Perry menyuarakan hal yang sama bahwa motivasi penting dalam kemandirian belajar sehingga siswa dapat mengembangkan aktivitas dan inisiatif, dapat mengarahkan dan memelihara ketekunan dalam melakukan kegiatan belajar. Dengan

adanya usaha yang tekun dan terutama didasari adanya motivasi, maka seseorang yang belajar itu dapat mencapai prestasi yang baik.

3) Strategi

Menurut Barry J strategi dalam kemandirian belajar berarti mengubah dan mempertahankan. Menurut Nancy strategi dalam kemandirian belajar bisa direpresentasikan dengan kemampuan siswa untuk mengatur strategi apa yang mereka gunakan untuk mempersiapkan ujian ataupun untuk mencapai tujuan belajar tertentu. Salah satu bentuk strategi belajar adalah dengan menerapkan kedisiplinan dan konsistensi belajar baik dalam waktu ataupun yang lainnya.

4) Proaktif

Kepribadian proaktif merupakan kepribadian yang positif dan mampu beradaptasi pada situasi tertentu dan berupaya melakukan perubahan-perubahan yang dianggap positif dan berusaha dengan gigih untuk mewujudkan perubahan. Individu yang memiliki kepribadian proaktif memiliki kesempatan dan tindakan untuk menunjukkan dirinya kepada orang lain dalam bentuk seperti mampu bekerja sendiri, bertindak cepat, suka bekerja keras, percaya diri dan gigih ketika mereka ingin mengadakan perubahan yang berarti.

c. Indikator Kemandirian Belajar

Belajar mandiri tidak berarti belajar sendiri, dan dalam belajar mandiri peserta boleh bertanya, berdiskusi, atau minta penjelasan dari

orang lain. Menurut Sumarmo (Delyana, 2021) indikator yang digunakan untuk mengukur kemandirian belajar siswa antara lain:

- 1) Inisiatif belajar;
- 2) Mendiagnosa kebutuhan belajar;
- 3) Menetapkan target dan tujuan belajar;
- 4) Memonitor, mengatur dan mengontrol kemajuan belajar;
- 5) Memandang kesulitan sebagai tantangan;
- 6) Memanfaatkan dan mencari sumber yang relevan;
- 7) Memilih dan menerapkan strategi belajar;
- 8) Mengevaluasi proses dan hasil belajar; dan
- 9) Memiliki *self-efficacy*/konsep diri/kemampuan diri.

(Rizal Kidjab et al., 2018) Indikator kemandirian belajar yang digunakan untuk mengukur kemandirian belajar dalam pembelajaran matematika yang dikembangkan oleh Kidjab, dkk pada penelitiannya adalah sebagai berikut:

- 1) Mampu bertanggung jawab

Siswa mampu mengakui dan menerima konsekuensi dari tindakan sendiri serta melaksanakan tugas dengan penuh tanggung jawab.

- 2) Memiliki kedisiplinan

Siswa dapat mengerjakan tugas dengan tepat waktu, menjalankan aktivitas belajar dengan teratur dan dapat mengendalikan diri.

- 3) Mampu bekerja sendiri.

Siswa dapat mengatur diri sendiri dalam menyelesaikan tugas dan mengambil keputusan tanpa bantuan orang lain.

4) Memiliki inisiatif

Siswa mampu mengambil langkah proaktif dan berani mencoba hal baru dalam belajar tanpa arahan dan perintah dari orang lain.

5) Memiliki kepercayaan diri

Siswa percaya dan tanpa ragu menghadapi tantangan dan menyelesaikan tugas belajar dengan kemampuan dirinya sendiri.

Mengacu pada permasalahan yang sering dijumpai dalam pembelajaran matematika dan cenderung kurang dikuasai siswa serta didasarkan pada pengertian dan aspek kemandirian belajar yang telah dibahas sebelumnya, maka Indikator kemandirian belajar yang sesuai dan akan digunakan dalam penelitian ini adalah:

1) Mampu bertanggung jawab

Siswa mampu mengakui dan menerima konsekuensi dari tindakan sendiri serta melaksanakan tugas dengan penuh tanggung jawab.

6) Memiliki kedisiplinan

Siswa dapat mengerjakan tugas dengan tepat waktu, menjalankan aktivitas belajar dengan teratur dan dapat mengendalikan diri.

7) Mampu bekerja sendiri.

Siswa dapat mengatur diri sendiri dalam menyelesaikan tugas dan mengambil keputusan tanpa bantuan orang lain.

8) Memiliki inisiatif

Siswa mampu mengambil langkah proaktif dan berani mencoba hal baru dalam belajar tanpa arahan dan perintah dari orang lain.

9) Memiliki kepercayaan diri

Siswa percaya dan tanpa ragu menghadapi tantangan dan menyelesaikan tugas belajar dengan kemampuan dirinya sendiri.

d. Predikat Kemandirian Belajar

Dari Skor angket kemandirian belajar yang diisi oleh siswa dapat diperoleh tingkat kemandirian belajar yang dimiliki siswa yaitu digolongkan menjadi rendah, sedang dan tinggi (Rizal Kidjab et al., 2018). Jumlah skor yang diperoleh kemudian dibagi dengan jumlah skor maksimum angket dan dikali dengan 100 untuk mendapatkan nilai perolehan siswa akan dihitung dengan:

$$\text{Nilai Perolehan}(\text{skor ideal}) = \frac{\text{skor perolehan}}{\text{skor maksimal}} \times 100$$

Untuk mengetahui predikat tingkat kemandirian belajar setelah diberikan kuisioner, dibutuhkan rumus pengkategorian berupa \bar{x} yaitu rata-rata skor angket kemandirian belajar dan SD yaitu Standar Deviasi Skor Angket Kemandirian Belajar.

1) Mean Ideal

$$\text{Mean}(\mu) = \frac{1}{2}(\text{skor tertinggi} + \text{skor terendah})$$

2) Rumus standar deviasi Skor Angket Kemandirian Belajar

$$SD(\sigma) = \frac{1}{6}(\text{skor tertinggi} - \text{skor terendah})$$

Adapun pengelompokan predikat kemandirian belajar siswa dalam pembelajaran matematika adalah sebagai berikut.

Tabel 2.1 Predikat Kemandirian Belajar

Nilai	Predikat
$x \geq (\mu + \sigma)$	Tinggi
$(\mu - \sigma) < x < (\mu + \sigma)$	Sedang

$x \leq (\mu - \sigma)$	Rendah
-------------------------	--------

Keterangan:

x = Skor ideal

μ = Mean ideal Skor Angket Kemandirian Belajar

SDi = Standar Deviasi Skor Angket Kemandirian Belajar

B. Kerangka Teoretis

Matematika merupakan ilmu yang memiliki pengaruh luas, tidak hanya dalam meningkatkan kemampuan berpikir manusia tetapi juga memiliki peranan penting di berbagai bidang keilmuan lainnya. Tidak sedikit negara yang menempatkan matematika sebagai prioritas dalam sistem pendidikan mereka. Hal ini disebabkan matematika adalah bidang ilmu yang menjadi dasar perkembangan teknologi yang modern. Terdapat tujuan lain pembelajaran matematika disekolah yaitu untuk memberi bekal kepada siswa tidak hanya memiliki kemampuan berhitung saja tetapi juga dapat membentuk pola pikir dalam suatu pemahaman yang berhubungan dengan penalaran (Putri et al., 2019).

Pentingnya kemampuan penalaran matematis dalam pembelajaran matematika adalah untuk memudahkan siswa dalam menyelesaikan atau memecahkan permasalahan yang rumit. Memandang bahwa siswa saat ini masih kurang dalam kemampuan penalaran matematis. Faktor yang dapat mempengaruhi kemampuan penalaran matematis siswa salah satunya yaitu kemandirian belajar. Kemandirian belajar, yang mencakup kemampuan siswa untuk mengatur waktu, merencanakan pembelajaran, serta mengambil inisiatif dalam memecahkan masalah, memberikan fondasi yang kuat bagi perkembangan kemampuan penalaran matematis. Ketika siswa memiliki

kemandirian belajar yang tinggi, mereka cenderung lebih aktif dalam memahami konsep-konsep matematis, mengeksplorasi berbagai metode penyelesaian masalah, serta mengkritisi jawaban yang mereka peroleh (Rosyada et al., 2024). Proses ini mengasah kemampuan penalaran mereka, karena siswa secara aktif terlibat dalam analisis logis dan berpikir kritis yang diperlukan dalam matematika. Sebaliknya, kemampuan penalaran matematis yang kuat juga dapat memperkuat kemandirian belajar, karena siswa dengan kemampuan ini lebih percaya diri dalam mengambil keputusan belajar, mampu mengatasi kesulitan secara mandiri, dan lebih mampu menavigasi tantangan akademis tanpa terlalu bergantung pada bimbingan eksternal (Latifa et al., 2022)

Beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya tentang kemandirian belajar dan penalaran matematis menunjukkan bahwa terdapat pengaruh dari kemandirian belajar terhadap kemampuan penalaran siswa. Penelitian yang dilakukan oleh Muhammad Farhan memiliki hasil bahwa terdapat pengaruh kemandirian belajar terhadap kemampuan penalaran matematis pada matakuliah analisis real (Farhan, 2020). Selain itu, dalam penelitian lain juga disimpulkan bahwa antara kemandirian belajar dan kemampuan penalaran matematis saling berkaitan, (Khairunnisa et al., 2020). Sehingga didapatkan bahwa kemandirian belajar memiliki hubungan terhadap variabel kemampuan penalaran matematis.

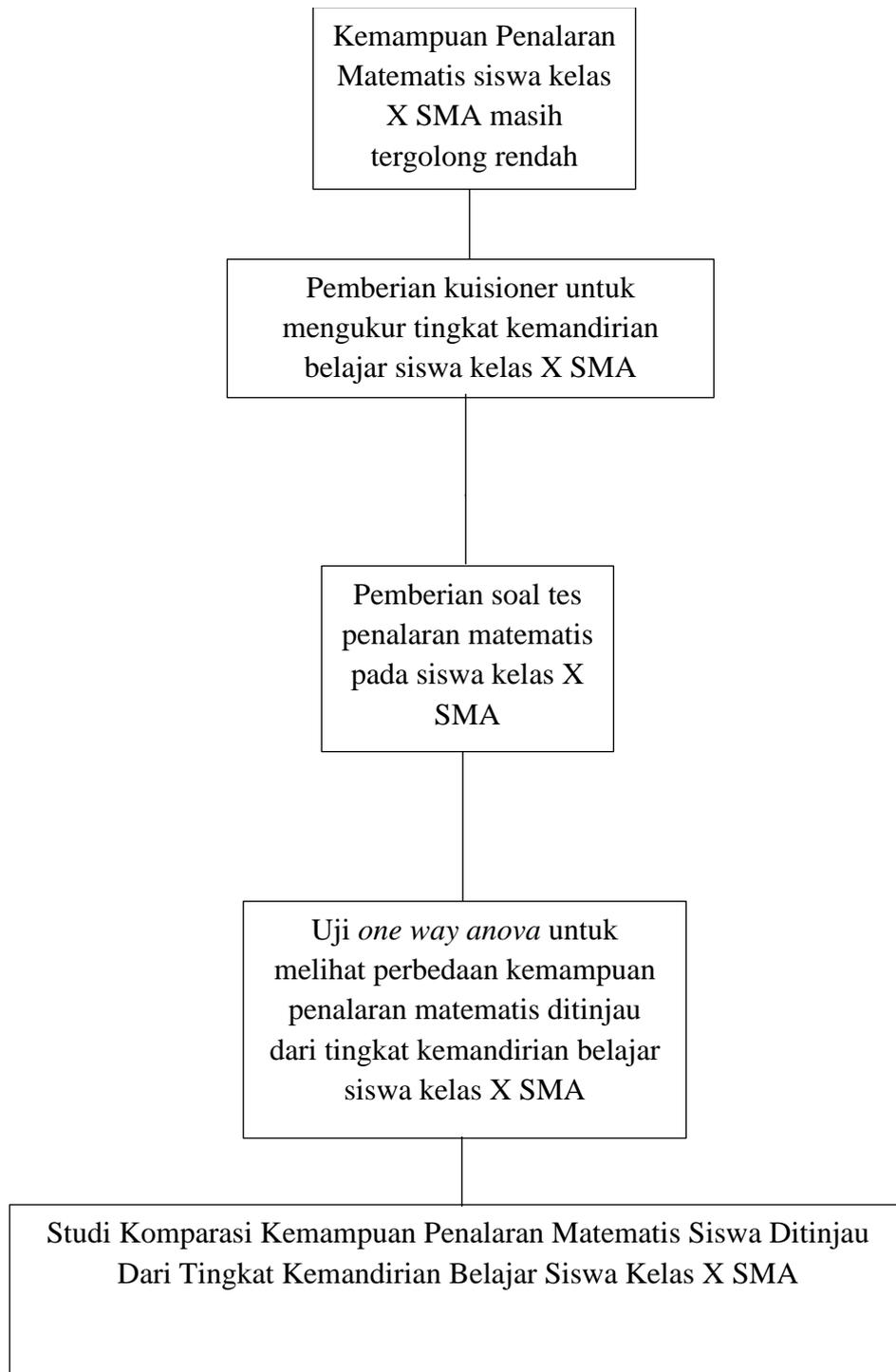
Kemandirian belajar dan kemampuan penalaran matematis memiliki keterkaitan yang dalam proses pembelajaran matematika. Kemandirian belajar merupakan kemampuan seseorang untuk menggerakkan belajarnya sendiri,

tanpa menunggu arahan dari orang lain, dan ini secara langsung mempengaruhi kemampuan penalaran matematis. Kemandirian belajar melatih kemampuan mental berpikir seseorang, sehingga membantu siswa dalam mengembangkan kemampuan penalaran matematis yang lebih baik. Kemampuan penalaran matematis sendiri meliputi berbagai indikator yang harus dipenuhi seperti membuat atau menyelidiki dugaan matematika, melaksanakan langkah-langkah penyelesaian menggunakan konsep yang relevan, mengevaluasi argumen dan bukti matematika, menarik kesimpulan berdasarkan informasi yang telah diperoleh, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi. Kemandirian belajar membantu siswa untuk mengembangkan semua indikator ini karena mereka dapat mengalami proses belajar yang lebih intensif dan lebih berkesan. Selain itu, kemandirian belajar juga meningkatkan rasa tanggung jawab dan motivasi belajar siswa. Ketika siswa merasa mandiri dalam belajar, mereka akan lebih termotivasi untuk mencari tahu dan memahami konsep matematika lebih dalam. Hal ini akan meningkatkan kemampuan penalaran mereka karena mereka tidak hanya menerima informasi secara pasif, tetapi juga aktif berpartisipasi dalam proses belajar

Pemberian angket kemandirian belajar perlu untuk mengukur dan mengkategorikan kemandirian belajar siswa ke dalam tingkat rendah, sedang dan tinggi. Kemudian setelah diketahui tingkat kemandirian belajar siswa, siswa dengan masing-masing kategori tingkat kemandirian belajar diberikan tes penalaran untuk mengetahui kemampuan penalaran siswa. Setelahnya hasil tes penalaran di analisis menggunakan uji *one way anova* untuk

membandingkan penalaran matematis siswa ditinjau dari tingkat kemandirian belajar siswa dari kategori rendah, sedang dan tinggi.

Gambar 2.1 Kerangka Teoritis



C. Hipotesis Penelitian

H_0 : Tidak terdapat perbedaan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa kelas X SMA antara siswa yang memiliki Tingkat Kemandirian Belajar kategori rendah, sedang, dan tinggi

H_1 : Terdapat perbedaan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa kelas X SMA antara siswa yang memiliki Tingkat Kemandirian Belajar kategori rendah, sedang, dan tinggi.