

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Disposisi Matematis

Menurut Beyers (2011) mendefinisikan disposisi matematis bukan hanya terfokus pada sikap saja melainkan kecenderungan untuk bertindak serta berpikir secara positif. Kecenderungan tersebut dicerminkan menggunakan minat siswa dan kepercayaan diri untuk mempelajari matematika. Serta keinginan untuk berspekulasi terhadap pemikiran mandiri siswa tersebut. Sumirat (2014) menuliskan bahwa apabila kegiatan belajar matematika hanya berpusat pada guru dan siswa hanya mendengarkan penjelasan dari guru. Maka kemampuan disposisi matematis siswa tidak dapat dikatakan berkembang. Oleh karena itu, siswa didorong untuk dapat bertindak serta berpikir secara positif. Berdasarkan penuturan Saija (2012) & Rifaatul (2014) menyebutkan bahwa faktor utama menentukan tingkat kesuksesan pendidikan siswa adalah disposisi matematis. Seorang siswa yang memiliki disposisi matematis tinggi, lebih ulet dan gigih apabila menemui persoalan matematika yang sulit. Selanjutnya siswa akan bertanggung jawab terhadap pembelajaran serta senantiasa mengembangkan kebiasaan matematika yang baik.

Menurut Polking (Sumarmo, 2010) indikator dari disposisi matematis sebagai berikut : (1) Rasa percaya diri dalam menggunakan matematika, memecahkan masalah, memberi alasan, dan mengkomunikasikan gagasan; (2) Fleksibilitas dalam menyelidiki gagasan matematis dan berusaha mencari metode alternatif dalam memecahkan masalah; (3) Tekun mengerjakan tugas matematika; (4) Minat, rasa ingin tahu (*curiosity*), dan daya temu dalam melakukan tugas matematika; (5) Cenderung memonitor; merefleksikan performance dan penalaran mereka sendiri dan; (6) Menilai aplikasi matematika ke situasi lain dalam matematika dan pengalaman di kehidupan sehari-hari.

Menurut *National Council of Teachers of Mathematics* (2000) disposisi matematika mencakup beberapa komponen yang diuraikan

sebagai berikut : (1) Percaya diri dalam menggunakan matematika untuk menyelesaikan masalah, mengkomunikasikan ide-ide matematis dan memberikan argumentasi; (2) Berpikir fleksibel dalam mengeksplorasi ide-ide matematis dan mencoba metode alternatif dalam menyelesaikan masalah; (3) Gigih dalam mengerjakan tugas matematika; (4) Berminat, memiliki keingintahuan (*curiously*) dan memiliki daya cipta (*inventiveness*) dalam aktivitas bermatematika; (5) Memonitor dan merefleksi pemikiran dan kinerja; (6) Menghargai aplikasi matematika pada disiplin ilmu lain atau dalam kehidupan sehari-hari dan; (7) Mengapresiasi peran matematika sebagai alat dan sebagai bahasa.

Menurut Kilpatrick, Swafford, & Findel (2001) menyebutkan nama lain dari disposisi sebagai *productive disposition* yang berkenaan dengan kecenderungan untuk melihat pengertian dalam matematika, merasa bahwa hal tersebut berguna dan bermanfaat, percaya bahwa usaha yang terus menerus dalam hasil belajar matematika, dan melihat diri sendiri sebagai siswa yang efektif serta pelaku dalam bidang matematika. Dengan kata lain ketika siswa membangun kompetensi strategi dalam belajar, maka sikap dan kepercayaan mereka akan semakin positif dalam belajar matematika (Widyasari, Dahlan, & Stanley, 2016).

Berdasarkan penjelasan dari para ahli tersebut dapat dikatakan bahwa disposisi matematis adalah kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan dengan berpandangan bahwa pelajaran matematika sebagai sesuatu yang berguna, serta memuat indikator sebagai berikut : (1) Kepercayaan diri dalam menyelesaikan masalah matematika; (2) Fleksibilitas dalam mengeksplorasi ide-ide matematis dan mencoba berbagai metode alternatif untuk memecahkan masalah; (3) Bertekad kuat untuk menyelesaikan tugas-tugas matematika; (4) Ketertarikan, keingintahuan dan kemampuan untuk menemukan dalam mengerjakan matematika; (5) Kecenderungan untuk memonitor dan merefleksi proses berpikir dan kinerja diri sendiri; (6) Menilai aplikasi matematika dalam bidang lain dan dalam kehidupan sehari-hari; dan (7)

Penghargaan (*appreciation*) peran matematika dalam budaya dan nilainya, baik matematika sebagai alat maupun sebagai bahasa.

Berdasarkan uraian tersebut, maka indikator kemampuan pemecahan masalah siswa yang digunakan dijabarkan pada Tabel 2.1 sebagai berikut.

Tabel 2. 1 Indikator dan Sub Indikator Disposisi Matematis

Indikator Disposisi Matematis	Sub Indikator Disposisi Matematis
Kepercayaan diri dalam Menyelesaikan masalah matematika.	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa percaya pada kemampuan diri sendiri. • Siswa berperilaku mandiri saat mengambil keputusan. • Siswa mempunyai konsep pandangan diri yang positif.
Fleksibilitas dalam mengeksplorasi ide-ide matematis dan mencoba berbagai metode alternatif untuk memecahkan masalah.	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa memilih strategi yang paling efektif. • Siswa menentukan konsep berdasarkan perspektif yang berbeda-beda. • Siswa mengubah arah berpikir secara spontan dalam berpindah strategi.
Bertekad kuat untuk menyelesaikan tugas-tugas matematika.	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa tidak mudah putus asa bila menemukan kesulitan dalam belajar. • Siswa selalu berkeinginan meningkatkan hasil belajar. • Siswa sangat berkeinginan untuk menegakkan disiplin diri.
Ketertarikan, keingintahuan dan kemampuan untuk menemukan dalam mengerjakan matematika.	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa memperlihatkan minat dalam mencari jawaban. • Siswa antusias pada proses mencari jawaban. • Siswa perhatian pada objek yang sedang dipelajari.

Kecenderungan untuk memonitor dan merefleksi proses berpikir dan kinerja diri sendiri.	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menganalisis dan mengklarifikasi pertanyaan dan jawaban. • Siswa mengevaluasi atau memeriksa kebenaran konsep yang digunakan. • Siswa menetapkan target dalam belajar.
Menghargai aplikasi matematika dalam bidang lain dan dalam kehidupan sehari-hari.	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menerapkan penggunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari. • Siswa dapat menggunakan matematika dalam menghadapi situasi yang lain.
Penghargaan (appreciation) peran matematika dalam budaya dan nilainya, baik matematika sebagai alat maupun sebagai bahasa.	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa memiliki semangat yang tinggi belajar matematika. • Siswa memiliki motivasi yang tinggi untuk mengembangkan kemampuan dalam bidang matematika.

(Sumber : NCTM, 2000)

B. Proses Pemecahan Masalah DAPIC

1. Soal Pemecahan Masalah

Menurut Yani & Margana (2014), Sebagian besar dalam kehidupan manusia sehari-hari akan berhadapan dengan persoalan, tetapi tidak semua persoalan merupakan suatu masalah. Suatu masalah akan mendorong seseorang untuk menyelesaikannya. Hayes & Mayer (2003) mengemukakan bahwa suatu masalah akan muncul apabila ada sesuatu kesenjangan antara dimana kita sekarang (apa yang diketahui dari masalah tersebut) dan dimana kita ingin berada (tujuan yang hendak dicapai) dan kita tidak mengetahui bagaimana mengatasi kesenjangan itu. Menurut Ruseffendi (1991), Masalah dalam matematika sendiri adalah sesuatu persoalan yang mampu diselesaikan oleh siswa tanpa menggunakan cara-cara atau algoritma yang rutin.

Menurut Hudojo (Rohaeti, 2003), syarat suatu masalah bagi seorang siswa adalah : (a) Pertanyaan yang dihadapkan kepada seorang

siswa haruslah dapat dimengerti oleh siswa tersebut, namun pertanyaan itu harus merupakan tantangan baginya untuk menjawabnya; dan (b) Pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui siswa. Dalam suatu masalah memuat beberapa komponen. Menurut Glass, Holyoak & Santa (Rohaeti, 2003) paling sedikit terdapat tiga komponen dalam setiap masalah, yaitu : (a) Diberikan (*given*), yaitu diberikannya suatu informasi apabila masalah itu disajikan; (b) Tujuan (*goal*), yaitu tujuan akhir yang ingin dicapai; dan (c) Operasi (*operation*), yaitu suatu tindakan yang dapat dilakukan untuk mencapai suatu tujuan.

Dari uraian tersebut dapat dikatakan bahwa suatu soal merupakan masalah bagi siswa apabila soal tersebut tidak dikenalnya atau belum memiliki algoritma tertentu untuk menyelesaikannya, tetapi siswa tersebut memiliki pengetahuan dan kemampuan untuk menyelesaikannya. Hal ini merupakan suatu dorongan bagi siswa, karena siswa dituntut untuk dapat menemukan jawabannya (Yani & Margana, 2014).

Menurut Ruhyana (2016), Pemecahan masalah juga diartikan sebagai suatu kegiatan untuk menyelesaikan soal cerita, menyelesaikan soal yang tidak rutin, mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari, dan juga membuktikan. Kemudian dalam pemecahan masalah matematika tampak adanya suatu kegiatan pengembangan daya matematika (*mathematical power*) terhadap siswa. Kemampuan pemecahan masalah yang baik akan berpengaruh kepada hasil belajar matematika untuk menjadi lebih baik, kemampuan pemecahan masalah dapat membantu dalam memecahkan persoalan baik dalam pelajaran lain maupun dalam kehidupan sehari-hari. Pemecahan terbagi menjadi 2 yaitu masalah rutin dan masalah non rutin, pada penelitian ini masalah yang akan dideskripsikan adalah proses berpikir matematis dalam menyelesaikan masalah matematis non rutin.

Menurut Daane (Suandito, 2013), soal non rutin fokus pada pada level tinggi dari interpretasi dan mengorganisasi masalah. Soal ini cenderung mendorong berpikir logis, menambah pemahaman konsep siswa, mengembangkan kekuatan nalar secara matematika,

mengembangkan kemampuan berpikir abstrak dan mentransfer kemampuan matematika ke situasi yang tidak familier. Beberapa pertimbangan yang dapat digunakan untuk mengategorikan sebuah soal menjadi soal non rutin, menurut Suandito (2013) antara lain : (a) Mampu mengeluarkan banyak ide; (b) Mampu menggunakan strategi penyelesaian tunggal dan tidak tunggal; (c) Mampu menggunakan gabungan beberapa cara penyelesaian; (d) Mampu menguraikan secara terperinci pada saat penyelesaian soal; dan (e) Mampu mencetuskan gagasan unik pada saat penyelesaian soal.

Kemampuan yang dilakukan untuk memecahkan suatu masalah matematika dengan menggunakan pemahaman sebelumnya yang relevan secara logis dan teliti dalam menghadapi keadaan yang bersifat Non Rutin. Akan tetapi menurut Irawan & Suharta (2016) ada faktor-faktor yang dapat mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah matematika terhadap siswa yaitu adanya faktor internal yang meliputi :

- a. Kemampuan Pengetahuan Awal, sangat berguna dalam mempelajari materi pokok yang akan dipelajari. Maka akan berpengaruh terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika.
- b. Apresiasi, pada setiap siswa mempunyai apresiasi yang berbeda-beda melibatkan siswa dalam pembelajaran di kelas, kelibatan tersebut akan mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah matematika.
- c. Kecerdasan Logis Matematis, dapat mengaitkan sebuah informasi-informasi yang terdapat dalam masalah dengan metode yang tepat dalam menyelesaikan suatu masalah matematika dalam melakukan perhitungan matematis. Sehingga pada kecerdasan logis matematika sangat mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah matematika.

Sedangkan pada faktor eksternal (faktor dari luar) meliputi lingkungan sosial, lingkungan fisik, dan fasilitas belajar (Supardi, 2015) :

- a. Faktor lingkungan sosial, merupakan faktor yang merupakan berlangsungnya kegiatan siswa dalam kehidupan sehari-hari. Dimana pada faktor ini sebagai perubahan perilaku siswa yang terjadi pada setiap kelompok atau individu seperti lingkungan keluarga, lingkungan

teman sebaya, serta dalam diri setiap individu. Dimana pada faktor ini akan mencerminkan pribadi yang baik apabila kecerminan siswa dapat dilihat dari lingkungan sosial.

- b. Lingkungan Fisik, Keadaan yang terkait dengan lingkungan disekitar tempat hidup, yang akan memengaruhi pada individu baik dari secara langsung maupun secara tidak langsung. Misalnya lingkungan rumah dan lingkungan sekolah.
- c. Fasilitas Belajar, Pada faktor internal fasilitas belajar ini merupakan suatu sarana dan pembelajaran dimana dapat dikatakan bahwa siswa akan mencapai tujuan dalam menyelesaikan masalah dengan adanya sarana dan pembelajaran baik dari sekolah maupun yang ada dirumah.

Soal non rutin terfokus pada level tinggi dari interverstasi dan mengorganisasikan masalah. Soal tersebut cenderung mendorong berpikir logis, menambah pemahaman konsep terhadap siswa, mengembangkan kekuatan nalar secara matematika, mengembangkan kemampuan berpikir abstrak dan menstransfer kemampuan matematika ke situasi yang familiar.

2. Proses *DAPIC*

Berdasarkan penjelasan diatas maka pada penelitian ini menggunakan tahap-tahap pemecahan masalah *DAPIC* (*Define Assess Plan Implement Communicate*). Proses *DAPIC* adalah proses pemecahan masalah yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang terjadi baik di dalam maupun di luar kelas, serta masalah yang berkaitan dengan kehidupan nyata. Dikembangkan dan digunakan sebagai bagian integral dalam Program Matematika, Sains, dan Teknologi (IMaST) yang dirancang untuk tingkat pendidikan kelas menengah dan dikembangkan oleh Pusat Matematika, Sains, dan Teknologi. (Hovde & Meier, 1996) mengatakan bahwa proses pemecahan masalah *DAPIC* didasarkan pada model matematika Polya yang telah dikembangkan oleh metode sains penyelidikan dan Siklus pemecahan masalah industri Shewhart.

CeMaST (1998) dalam penelitiannya mengatakan bahwa pemecahan masalah digunakan sebagai teknik pembelajaran utama di seluruh program Matematika, Sains, dan Teknologi (IMaST). Ketika siswa

belajar untuk mengeksplorasi dan memecahkan situasi dan masalah yang disajikan kepada mereka dalam kegiatan siklus pembelajaran, mereka mengembangkan keterampilan berpikir kritis seperti: memprediksi, membuat hipotesis, merencanakan, mengontrol variabel, menganalisis, menafsirkan, dan menilai. Di sisi lain, dalam program terintegrasi seperti IMaST, terminologi pemecahan masalah yang umum menyebabkan lebih sedikit kebingungan di kalangan siswa. Oleh karena itu, gambaran umum pemecahan masalah dikembangkan oleh Proyek IMaST dan dimasukkan ke dalam setiap langkah penyelesaian masalah. Pendekatan ini disebut juga dengan proses penyelesaian masalah *DAPIC* (*Define, Assess, Plan, Implement, and Communicate*).

Terdapat lima komponen kunci dalam proses pemecahan masalah *DAPIC* (Sumirattama et al., 2017) yang diuraikan sebagai berikut.

- a. Definisi (*Define*): Masalah diidentifikasi. Ini mungkin memerlukan mengajukan pertanyaan, mengumpulkan beberapa data awal, mempelajari beberapa kosakata baru atau materi faktual. Masalah biasanya didefinisikan dari pengalaman siswa.
- b. Menilai (*Asses*): Situasi masalah dinilai dan informasi dikumpulkan. Data digunakan untuk membuat generalisasi dalam bentuk hipotesis yang mungkin memerlukan beberapa penyelidikan tambahan sebelum penyelidikan utama berlangsung.
- c. Rencana (*Plan*): Rencana dibuat untuk memecahkan masalah dan mengumpulkan data. Ini sering berarti menggunakan desain eksperimental di mana variabel dikendalikan.
- d. Implementasi (*Implement*): Melaksanakan rencana. Data dikumpulkan dan dianalisis berdasarkan rencana, membuat modifikasi sesuai kebutuhan.
- e. Berkomunikasi (*Communicate*): Hasil dianalisis dan dievaluasi, serta dibagikan dengan orang lain. Hasil dinilai untuk akurasi dan relevansi. Hal ini dilakukan dalam bentuk laporan tertulis atau lisan tentang konsekuensi proyek dan untuk menantikan kemungkinan investigasi selanjutnya.

Berdasarkan uraian tersebut, maka indikator kemampuan pemecahan masalah siswa yang digunakan dijabarkan pada Tabel 2.2 sebagai berikut.

Tabel 2. 2 Aspek dan Indikator Kemampuan Pemecahan Masalah

Aspek proses pemecahan masalah <i>DAPIC</i>	Indikator kemampuan pemecahan masalah siswa
Definisi (<i>Define</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa memahami masalah. • Siswa menuliskan informasi dari apa yang diketahui dan ditanyakan. • Siswa mengumpulkan beberapa data awal.
Menilai (<i>Asses</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menilai situasi masalah dan mengumpulkan informasi. • Siswa mengidentifikasi informasi yang bermanfaat untuk membuat hipotesis. • Siswa mampu mengaitkan konsep-konsep matematika apa yang relevan dengan permasalahan.
Rencana (<i>Plan</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menyusun rencana penyelesaian dengan fleksibel dalam menggali ide matematis. • Siswa menuliskan rencana dan mengumpulkan data lain.
Implementasi (<i>Implement</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa melaksanakan rencana penyelesaian melalui tulisan. • Siswa mengumpulkan data dan dianalisis berdasarkan rencana penyelesaian. • Siswa membuat modifikasi dari tahapan rencana penyelesaian.

Berkomunikasi (<i>Communicate</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Siswa menuliskan semua kembali. • Siswa menganalisis hasil penyelesaian dan dievaluasi, serta dibagikan dengan orang lain.
---	---

(Sumber : Sumirattama, 2017)

C. Materi Geometri Transformasi

Terdapat dua macam transformasi, yaitu: (1) Transformasi isometri, yaitu suatu transformasi yang tidak merubah ukuran bangun semula yakni pencerminan (refleksi), pergeseran (translasi) dan pemutaran (rotasi), (2) Transformasi non-isometri, yaitu transformasi yang merubah ukuran bangun semula yakni perkalian (dilatasi). Dibawah ini adalah penjabaran materi berjudul Materi pokok geometri transformasi (Rasmedi & Darhim, 2015). Uraian penjelasan dari istilah-istilah pada materi Geometri Transformasi tersebut sebagai berikut.

1. Refleksi

Pencerminan pada sebuah garis g adalah fungsi μ_g yang ditetapkan $\forall P \in V$, sebagai berikut :

- Jika $P \in g$ maka $\mu_g P = P$
- Jika $P \notin g$ maka $\mu_g P = P', g$ sumbu datar \overline{PQ} .

Jarak antara peta ke garis cermin dengan prapeta ke garis cermin adalah sama. Pencerminan merupakan suatu isometri lawan. Pencerminan merupakan suatu involusi. Serta pencerminan merupakan titik invariant tak terhingga banyak.

2. Translasi

Translasi adalah suatu transformasi yang memindahkan semua titik pada bidang Euclides V dengan jarak yang sama dan arah yang sama. $\overline{AB} = \overline{CD}$ jika dan hanya jika $\gamma_{AB} = \gamma_{CD}$. Translasi dapat ditulis sebagai komposisi dari dua pencerminan yang kedua sumbunya sejajar dan berjarak setengah dari panjang translasi. Translasi merupakan suatu isometri langsung. Jika γ_{AB} sebuah

translasi maka $(\gamma_{AB})^{-1} = \gamma_{BA}$. Jika $A(a, b), B(c, d)$ dan $P(x, y)$ maka $\gamma_{AB}(P) = ((c - a) + x, (d - b) + y)$.

3. Rotasi

Sebuah rotasi mengelilingi A pada bidang Euclides V adalah sebuah relasi $\rho_{A,\varphi}$ yang ditetapkan sebagai berikut. Untuk $P \in V$ maka:

- a) $\rho_{A,\varphi}(P) = A$, jika $P = A$
- b) $\rho_{A,\varphi}(P) = P'$ sehingga $\angle(PAP') = \varphi$ dan $AP' = AP$ jika $P \neq A$

Suatu rotasi $\rho_{A,\varphi}$ dapat dinyatakan sebagai komposisi dua pencerminan $\mu_t \circ \mu_s$ sehingga sudut dari s ke t adalah $\frac{1}{2}\varphi$ dan $s \cap t = \{A\}$.

Rotasi merupakan suatu isometri langsung. $\rho_{A,\varphi}^{-1} = \rho_{A,-\varphi}$.

Kemudian, $\rho_{A,\varphi}(P) = (\cos \varphi - \sin \varphi \sin \varphi \cos \varphi) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ untuk setiap $P(x, y) \in V$ dan $O(0,0)$.

4. Dilatasi

Dilatasi merupakan keadaan khusus dari similaritas. Setiap dilatasi adalah kesebangunan. Jika s garis dan s' peta garis s oleh dilatasi $D_{A,r}$, maka :

- a) $s' = s$ jika $A \in s$
- b) $s' // s$ jika $A \notin s$

Jika $D_{A,r}$ dan $D_{A,s}$ adalah dua buah dilatasi dengan pusat yang sama, yaitu A , maka:

- a) $D_{A,r}D_{A,s} = D_{A,rs}$ jika $rs \neq 1$
- b) $D_{A,r}D_{A,s} = I$ jika $rs = 1$
- c) $D_{A,r}D_{A,s} = D_{A,s}D_{A,r}$

Kemudian, $(D_{A,r})^{-1} = D_{A,\frac{1}{r}}$. Juga apabila $\gamma_{nAB} = D_{A,n+1}D_{A,\frac{1}{n+1}}$.

Komposisi sejumlah dilatasi dan isometric adalah kesebanguna.