

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Analisis Kesalahan Penyelesaian Masalah

Kesalahan adalah adanya kekeliruan terhadap sesuatu yang benar. Kesalahan dapat terjadi karena adanya kekeliruan terhadap apa yang telah ditetapkan. Kesalahan dapat diartikan sebagai kekeliruan terhadap prosedur yang telah ditetapkan atau hal yang telah dianggap benar (Fitriani, 2020).

Kesalahan dalam menyelesaikan masalah merupakan tindakan kesalahan atau kekeliruan terhadap suatu persoalan atau masalah yang terjadi (Ayuningsih et al., 2020). Kesalahan menyelesaikan masalah didefinisikan sebagai perilaku tidak benar dalam mengerjakan suatu persoalan (Upu et al., 2022). Kesalahan penyelesaian masalah adalah tindakan tidak benar yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal atau masalah matematika (Fitriani, 2020). Kesalahan yang dilakukan siswa seperti membuat permisalan yang salah dalam model matematika, kesalahan dalam perhitungan dan membuat grafik, salah menentukan titik pojok, perhitungan nilai akhir yang tidak lengkap, dan kesalahan dalam menuliskan nilai akhir (Ayuningsih et al., 2020). Berdasarkan beberapa pengertian tersebut, dapat disimpulkan bahwa kesalahan menyelesaikan masalah merupakan tindakan kekeliruan terhadap suatu prosedur yang telah ditetapkan atau terhadap penyelesaian persoalan atau masalah.

Penyebab siswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan masalah diantaranya tidak memahami soal, kurang teliti, kurang menangkap informasi pada soal, lupa terhadap rumus, kurang latihan dalam pengerjaan soal kontekstual, kurang memahami dan memperdalam materi, kurang menguasai model matematika,

siswa lebih berfokus pada hapalan rumus dari pada pemahaman konsep, dan terdapat kekeliruan penafsiran (Noviyanti, 2022 ; Ulpa et al., 2021 : Dliwaul Umam, 2014).

Kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah perlu dilakukan analisis untuk mencari alternatif solusi sebagai upaya meminimalisir kesalahan terjadi kembali. Analisis kesalahan siswa dilakukan dengan menguji pemahaman siswa berkaitan dengan materi pembelajaran yang diberikan (Abdurrahman, 2012). Kesalahan yang banyak dilakukan siswa berupa kesalahan memahami soal, kesalahan dalam menyusun rencana pengerjaan, kesalahan melaksanakan rencana, dan kesalahan dalam memeriksa kembali solusi yang diperoleh, kesalahan pengerjaan berdasarkan tahapan, kesalahan perhitungan, dan kesalahan terkait konsep dasar (Hidayat & Pujiastuti, 2019 ; Azizah, 2021). Analisis kesalahan yang dilakukan dapat memberi manfaat bagi siswa dalam memperbaiki dan mengurangi tingkat kesalahan yang sama dalam pengerjaan soal kontekstual. Dampak yang dapat diterima oleh siswa dalam jangka pendek ketika adanya analisis kesalahan yaitu siswa segera paham dan mengerti terhadap prosedur pengerjaan soal kontekstual. Sedangkan dampak jangka panjang yang dapat diterima siswa yakni siswa dapat menerapkan konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari (Siswandi et al., 2017).

Pada penelitian ini analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah, menggunakan jenis kesalahan menurut Soedjadi (2000) yaitu kesalahan fakta, kesalahan konsep, kesalahan prinsip, dan kesalahan operasi. kesalahan fakta yaitu kesalahan yang dilakukan ketika siswa melakukan kesalahan menggunakan simbol dan kesalahan atau ketidak konsistenan dalam menggunakan simbol dalam

menyelesaikan soal pada materi matriks. Kesalahan konsep yaitu kesalahan yang dilakukan siswa ketika siswa melakukan kesalahan memahami maksud soal dilihat melalui jawaban siswa diketahui dan ditanya serta kesalahan dalam menafsirkan soal ke dalam model matematika dengan melihat jawaban dan kesimpulan. Kesalahan prinsip yaitu kesalahan yang dilakukan siswa ketika siswa melakukan kesalahan menggunakan rumus yang sesuai dengan soal kontekstual pada materi matriks dan kesalahan dalam menerjemahkan sifat operasi pada matrik yang akan digunakan. Kesalahan operasi yaitu kesalahan yang dilakukan siswa ketika siswa melakukan kesalahan menulis tanda operasi dari soal kontekstual dan kesalahan dalam mengoperasikan matriks pada soal kontekstual

Berdasarkan pengertian diatas, dapat disimpulkan bahwa analisis kesalahan menyelesaikan masalah adalah mengklasifikasikan jenis kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan jenis kesalahan fakta, konsep, prinsip, dan operasi.

B. Soal Kontekstual

Kontekstual memiliki arti berhubungan dengan konteks atau dalam konteks. Konteks berarti keadaan, situasi, dan kejadian. Secara umum, kontekstual memiliki arti berkenaan dengan, relevan, terdapat hubungan, mengikuti konteks (Ningrum, 2009).

Soal kontekstual pada matematika adalah soal matematika yang menerapkan berbagai konteks yang dapat menciptakan situasi nyata yang dialami siswa (Ulpa et al., 2021). Pembelajaran matematika yang menerapkan soal kontekstual dapat membuat siswa lebih paham konsep karena berkaitan langsung dengan situasi real. Selain itu, siswa akan lebih mudah membayangkan setiap persoalan yang

mengakibatkan konsep akan melekat dalam pikirannya. Penggunaan soal kontekstual dapat meningkatkan pemahaman dan meningkatkan hasil belajar siswa (Jayanti et al., 2018).

Konteks dapat diartikan sebagai situasi atau fenomena terkait konsep matematika yang dipelajari. Terdapat empat macam soal konteks menurut De Lange dalam Zulkardi & Ilma (2006) antara lain:

1. Personal Siswa.

Konteks yang berkaitan dengan personal atau pribadi siswa merupakan konteks yang berkaitan erat dengan kondisi siswa. Kondisi siswa dapat berupa kondisi selama siswa berada di rumah, berada dalam lingkup permainan dengan teman sebaya maupun bermain dengan teman di sekolahnya.

2. Sekolah/akademik.

Konteks yang berkaitan dengan sekolah ataupun bidang akademik siswa adalah situasi siswa dalam menempuh pembelajaran dalam sekolah. Siswa menempuh pendidikan akademik di lingkungan sekolah, seperti pada kelas, ruang laboratorium, ruang olahraga, ruang seni dan sebagainya.

3. Masyarakat/Publik.

Konteks yang berkaitan dengan masyarakat atau publik siswa termasuk dalam kondisi siswa yang melakukan interaksi dengan masyarakat atau publik. Kegiatan siswa yang dilakukan dalam masyarakat seperti interaksi dengan tetangga, membantu dalam gotong royong, mengikuti kegiatan bersih desa dan sebagainya.

4. Saintifik/matematik.

Konteks yang berkaitan dengan saintifik atau matematik siswa merupakan kondisi siswa dalam mengamati fenomena secara saintifik. Kegiatan siswa seperti menghitung harga diskon pada baju, menghitung kecepatan pelari jarak jauh dan sebagainya.

C. Matriks

1. Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan kelompok bilangan yang dapat berbentuk persegi atau persegi panjang berdasarkan baris dan kolom serta diletakkan antara dua tanda kurung (Kariadinata, 2019). Matriks dapat didefinisikan sebagai himpunan elemen yang diletakkan pada baris dan kolom dengan notasi (Dwi, 2017). Matriks merupakan jajaran bilangan dengan bentuk persegi atau persegi panjang dengan aturan baris dan kolom. Matriks dituliskan dalam kurung biasa atau kurung siku dengan setiap anggota bilangan disebut *entry* (Fitriani, 2020). Matriks adalah susunan segi empat siku siku dari bilangan – bilangan. Bilangan – bilangan dalam susunan tersebut dinamakan *entri* dalam matriks (Anton & Rorres, 2014).

Berdasarkan uraian tersebut, pengertian matriks adalah susunan dari bilangan – bilangan yang diatur dalam baris dan kolom yang berbentuk persegi atau persegi panjang. Bilangan – bilangan tersebut dinamakan elemen penyusun matriks dan diapit oleh tanda kurung biasa.

Matriks dilambangkan dengan huruf besar, sedangkan *entri* (elemen matriks) dilambangkan dengan huruf kecil. Dalam matriks dikenal ukuran

matriks yang disebut ordo, yaitu banyaknya baris \times banyaknya kolom (Anton & Rorres, 2014). Bentuk umum matriks adalah sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Dan dapat dituliskan dengan $A_{m \times n}$ yaitu matriks A berukuran $m \times n$, dengan keterangan sebagai berikut.

- A : nama suatu matriks
- m : banyak baris pada matriks
- n : banyak kolom pada matriks
- $m \times n$: ordo suatu matriks

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, D = [1 \ 0 \ 3], E = [3]$$

Contoh – contoh di atas termasuk matriks meskipun memiliki ukuran ordo yang berbeda. Pada contoh di atas, terdapat matriks A yang berukuran 2×2 . Kemudian ada juga matriks B yang berukuran 2×3 , C yang berukuran 3×1 , D yang berukuran 1×2 serta matriks E yang berukuran 1×1 .

2. Operasi Matriks

a. Penjumlahan Matriks

Dua buah matriks dapat dijumlahkan apabila berukuran sama. Jika A dan B adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama, maka jumlah $A + B$ adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan bersama – sama *entri* yang bersesuaian dalam kedua matriks tersebut. Matriks dengan ukuran yang berbeda tidak dapat dijumlahkan (Anton & Rorres, 2014).

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 + 4 & 2 + 2 \\ 3 + 1 & 4 + 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$$

b. Pengurangan Matriks

Sama halnya dengan penjumlahan matriks, pengurangan matriks juga hanya dapat dioperasikan pada matriks – matriks yang berukuran sama. Jika A dan B adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama, maka pengurangan $A - B$ adalah matriks yang diperoleh dengan dikurangkan bersama – sama *entri* yang bersesuaian dalam kedua matriks tersebut. Matriks dengan ukuran yang berbeda tidak dapat dikurangkan (Anton & Rorres, 2014).

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 5 - 1 & 1 - 1 \\ 6 - 4 & 2 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

c. Perkalian Matriks

1) Perkalian Matriks dengan Skalar

Jika A adalah suatu matriks dan c adalah skalar, maka hasil kali (*produk*) cA adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan masing – masing *entri* dari A oleh c (Anton & Rorres, 2014).

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$3A = \begin{bmatrix} 1 \times 3 & 5 \times 3 \\ 3 \times 3 & 2 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 15 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$$

2) Perkalian Matriks dengan Matriks

Jika A adalah matriks $m \times r$ dan B adalah matriks $r \times n$, maka hasil kali AB adalah matriks $m \times n$ yang *entri – entri*nya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari *entri* dalam baris i dan kolom j dari AB , pilihlah baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B . Kalikanlah *entri – entri* tambahkan hasil kali yang dihasilkan (Anton & Rorres, 2014).

$$A = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, B [1 \quad 0 \quad 3]$$

$$AB = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} [1 \quad 0 \quad 3] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 15 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

D. Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Kontekstual Materi Matriks

Soal kontekstual merupakan soal matematika yang menggunakan konteks nyata sehingga menghadirkan situasi yang nyata. Adanya soal kontekstual dapat membantu siswa dalam memahami konsep matematika. Ketidapahaman siswa dalam mengerjakan soal mengakibatkan terjadi kesalahan (Khairani & Kartini, 2021). Kesalahan umum yang terjadi pada pengerjaan soal kontekstual yakni pemahaman simbol, perhitungan, nilai tempat, penggunaan proses yang salah, dan tulisan tidak terbaca (Abdurrahman, 2012). Pemahaman simbol merupakan pemahaman siswa terhadap setiap simbol yang digunakan dalam pemecahan masalah. Perhitungan merupakan cara siswa merancang konsep pengerjaan terhadap suatu permasalahan. Nilai tempat merupakan letak suatu angka pada tahap pengerjaan soal matematika. Penggunaan proses yang salah terjadi karena

kurangnya pemahaman konsep dasar matematika siswa. Tulisan tidak terbaca karena siswa menulis dengan cepat dan tidak memahami alur pengerjaan sehingga tulisan sulit untuk dibaca (Abdurrahman, 2012).

Sementara itu, kesalahan yang sering dilakukan siswa pada materi matriks karena kurangnya pemahaman siswa akan konsep, prosedur dan prinsip. Kesalahan konsep merupakan kesalahan yang dilakukan siswa ketika tidak mampu memahami mengenai konsep dalam penyelesaian masalah. Kesalahan prosedur merupakan kesalahan yang dilakukan ketika tidak sesuai dengan langkah-langkah yang ditentukan atau yang dianggap benar. Kesalahan prinsip merupakan kesalahan yang dilakukan dalam menggunakan rumus atau prinsip pengerjaan soal (Fitriani, 2020). Indikator kesalahan konsep berupa salah dalam memahami soal, ketidak tahuan dalam penafsiran soal. Indikator kesalahan prinsip berupa salah menggunakan sifat matrik dan rumus yang digunakan. Indikator kesalahan prosedur berupa salah melakukan aturan pengoperasian penyelesaian matriks (Agnesti & Amelia, 2020).

Menurut Soedjadi (2000) kesalahan siswa yang sering dilakukan adalah kesalahan fakta, konsep, prinsip dan operasi.

1. Kesalahan Fakta

Fakta adalah sebarang permufakatan atau kesepakatan atau konvensi dalam matematika. Fakta matematika meliputi istilah (nama) dan simbol atau notasi atau lambang. Kesalahan yang banyak dilakukan oleh siswa dalam pemecahan masalah soal matematika mengenai lambang atau simbol, huruf dan kata dalam penyelesaian masalah.

2. Kesalahan Konsep

Konsep adalah ide (abstrak) yang dapat digunakan atau memungkinkan seseorang untuk mengelompokkan atau menggolongkan suatu objek, sehingga objek itu termasuk contoh konsep atau bukan konsep. Konsep akan terbentuk ketika terjadi pemahaman terhadap konsep sebelumnya yang telah dipelajari sehingga konsep akan tersusun. Kesalahan konsep yang sering dilakukan siswa yaitu mengalikan matriks 2×2 dengan matriks 1×2 dan sebagainya.

3. Kesalahan Prinsip

Prinsip adalah objek dalam matematika yang kompleks dapat berupa aksioma, teorema, dan sifat. Prinsip merupakan hal pokok yang memiliki posisi penting dan dapat berupa hubungan antar konsep. Kesalahan yang dilakukan siswa yaitu kesalahan prinsip matriks ketika soal penjumlahan, siswa mengerjakan dengan perkalian dahulu kemudian dijumlahkan.

4. Kesalahan Operasi

Operasi adalah tindakan mengerjakan soal untuk memperoleh elemen tunggal. Operasi hitung pada matematika dapat berupa penjumlahan, pengurangan, pembagian, dan perkalian.

Berdasarkan penjelasan di atas, indikator kesalahan siswa dalam mengerjakan soal kontekstual pada materi matriks dalam penelitian ini dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2.1 Indikator Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Kontekstual Materi Matriks

Jenis Kesalahan	Indikator Kesalahan
Kesalahan Fakta	<ul style="list-style-type: none"> • Kesalahan menggunakan simbol • Kesalahan atau ketidak konsistenan dalam menggunakan simbol dalam menyelesaikan soal kontekstual materi matriks
Kesalahan Konsep	<ul style="list-style-type: none"> • Kesalahan memahami maksud soal dilihat melalui jawaban siswa diketahui dan ditanya

	<ul style="list-style-type: none"> • Kesalahan dalam menafsirkan soal ke dalam model matematika dengan melihat jawaban dan kesimpulan.
Kesalahan Prinsip	<ul style="list-style-type: none"> • Kesalahan menggunakan rumus yang sesuai dengan soal kontekstual pada materi matriks • Kesalahan dalam menerjemahkan sifat operasi pada matrik yang akan digunakan
Kesalahan Operasi	<ul style="list-style-type: none"> • Kesalahan menulis tanda operasi dari soal kontekstual • Kesalahan dalam mengoperasikan matriks pada soal kontekstual

(Sumber: Soedjadi 2000)

E. Scaffolding

Scaffolding dalam pendidikan merupakan bantuan yang diberikan oleh pengajar yaitu guru kepada siswa dalam membantu proses pembelajaran. Menurut Lev Semenovich Vygotsky dalam Taylor (1993), siswa dalam merealisasikan konsep perlu memperhatikan lingkungan sosial. Teori Vygotsky mengatakan *scaffolding* merupakan pemberian sejumlah bantuan kepada siswa selama tahap awal pembelajaran dalam memecahkan masalah. *Scaffolding* merupakan bantuan terhadap peserta didik agar dapat memecahkan masalah. Bantuan tersebut dapat berupa penguraian masalah ke dalam langkah pemecahan, pemberian contoh, dan tindakan lainnya agar siswa dapat belajar mandiri. *Scaffolding* merupakan bentuk bantuan yang tepat untuk dilakukan kepada siswa agar meminimalisir tingkat kesalahan siswa.

Menurut Harmin (2021) *Scaffolding* merupakan bantuan yang diberikan pengajar ketika dibutuhkan dan akan hilang ketika tidak dibutuhkan lagi. Sejalan dengan hal tersebut, Rahmatiah et al. (2017) menyatakan *scaffolding* sebagai pemberian sejumlah bantuan kepada siswa selama tahap awal pembelajaran dan akan mengurangi bantuan agar siswa dapat bertanggung jawab menyelesaikan

permasalahan. Sementara itu, menurut Wahidah, *Scaffolding* adalah dukungan belajar siswa untuk menyelesaikan masalah atau tugas secara mandiri. Dukungan dapat berupa langkah, pengingat, petunjuk, pemberian contoh dan lain-lain (Wahidah et al., 2016). Berdasarkan pengertian tersebut, dapat disimpulkan bahwa *scaffolding* adalah bantuan yang diberikan untuk siswa oleh orang yang lebih ahli untuk membantu dalam proses pembelajaran agar siswa dapat melakukan penyelesaian masalah.

Menurut Ormrod & Anderman dalam Rahayu, (2020) implikasi *scaffolding* dalam pembelajaran di kelas antara lain:

1. Memberi tugas yang hanya dapat dikerjakan dengan adanya bantuan orang lain
2. Memecahkan tugas yang cukup kompleks
3. Membuat siswa belajar dalam kelompok untuk mengerjakan soal yang kompleks
4. Memberikan pertanyaan sebagai petunjuk yang dapat membantu siswa menyelesaikan tugas
5. Menyediakan panduan atau langkah pengerjaan dalam penyelesaian tugas siswa
6. Melibatkan siswa dalam kegiatan profesional seperti mengikuti magang, simulasi, atau kerja praktik
7. Melakukan dialog antar kelompok kecil agar tercipta interaksi yang lebih intens

Berdasarkan pendapat Saye and Brush dalam (Wahidah et al., 2016) *Scaffolding* diklasifikasikan menjadi dua jenis antara lain :

1. *Soft Scaffolding*

Soft scaffolding lebih menekankan peran pendidik dalam memberikan bantuan dan fasilitas kepada siswa ketika terjadi kesulitan. *Scaffolding* dapat berupa tutor secara langsung, tutor dari orang tua, penggunaan alat atau metode.

2. *Hard Scaffolding*

Hard scaffolding berfokus pada penggunaan komputer sebagai bahan pembelajaran. Bahan ajar dapat berupa bahan berbasis kertas seperti LKS.

Menurut Anghileri (2006) pemberian *scaffolding* dapat dilakukan dalam tiga tingkatan antara lain:

1. *Level 1*

Environmental provisions, yaitu penataan lingkungan belajar yang memungkinkan pembelajaran berlangsung tanpa intervensi langsung dari guru. Tingkatan pada tahap ini dimaksudkan dengan penataan lingkungan belajar seperti membentuk kelompok belajar atau kerjasama dengan teman sebaya memberikan tugas terstruktur, dan menyediakan alat bantu belajar pada siswa untuk membangun pemahaman dari masalah yang diberikan.

2. *Level 2*

Explaining, reviewing and restructuring, yaitu memberikan penjelasan, peninjauan kembali, dan penguatan pemahaman pada siswa. Tingkatan ini dimaksudkan dengan interaksi guru semakin diarahkan untuk siswa dapat menemukan masalah dengan benar, meminta siswa menemukan kesalahan yang dilakukan, meminta siswa memperbaiki pekerjaannya, memberikan bantuan belajar pada siswa dengan memfokuskan aspek yang masih kurang dikuasai siswa, dan meminta siswa menyusun kembali jawaban yang tepat untuk memperbaiki masalah.

3. *Level 3*

Developing conceptual thinking, yaitu mengembangkan konsep berpikir. Tingkatan ini dimaksudkan dengan interaksi guru diarahkan

untuk mengembangkan konsep yang sebelumnya sudah dikuasai siswa dengan cara meminta siswa menemukan alternatif jawaban lain untuk menyelesaikan masalah.

Dari beberapa bentuk *scaffolding* di atas , penelitian ini menggunakan jenis scaffolding menurut Anghileri (2006) interaksi langsung yaitu *level 2* (explaining, reviewing and restructuring) dan *level 3* (developing conceptual thinking).